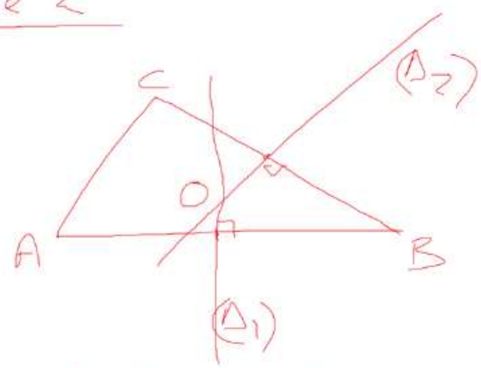
Propriété 2



Soit (Δ_1) la médiatrice de $[AB]$ et (Δ_2) celle de $[BC]$.

Soit O le point d'intersection de (Δ_1) et (Δ_2)

O appartient à (Δ_1) donc $OA = OB$

O appartient à (Δ_2) donc $OB = OC$.

On en déduit que $OA = OC$.

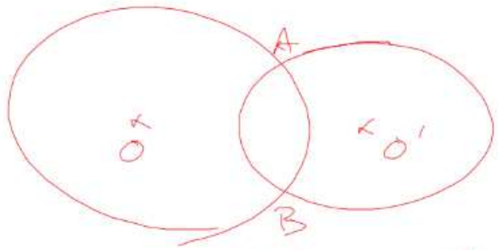
Ainsi O appartient à la médiatrice de $[AC]$.

Donc les médiatrices de $[AB]$, $[BC]$ et $[AC]$ sont concourantes en O.

O est bien le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exemple 1

1)



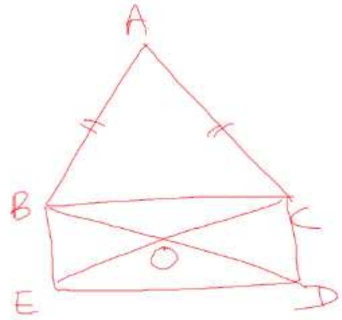
OA = OB car A et B appartiennent au même cercle de centre O. Ainsi O appartient à la médiatrice de [AB].

O'A = O'B car A et B appartiennent au même cercle de centre O'. Ainsi O' appartient à la médiatrice de [AB].

Comme O et O' appartiennent à la médiatrice de [AB], celle-ci est la droite (OO').

Ainsi (OO') est perpendiculaire à (AB).

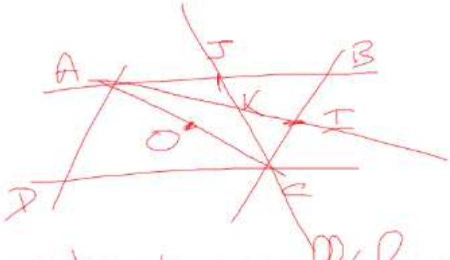
3)



ABC est un triangle isocèle en A donc $AB = AC$.
Le point A appartient à la médiatrice de [BC].
BCDE est un rectangle donc $BD = EC$
BCDE est un parallélogramme donc $OB = \frac{1}{2} BD$
et $OC = \frac{1}{2} EC$
On en déduit : $OB = OC$ et le point O appartient
à la médiatrice de [BC].
Comme A et O appartiennent à la médiatrice de [BC]
celle-ci est la droite (OA)
Ainsi (OA) et (BC) sont perpendiculaires.

Exemple 2

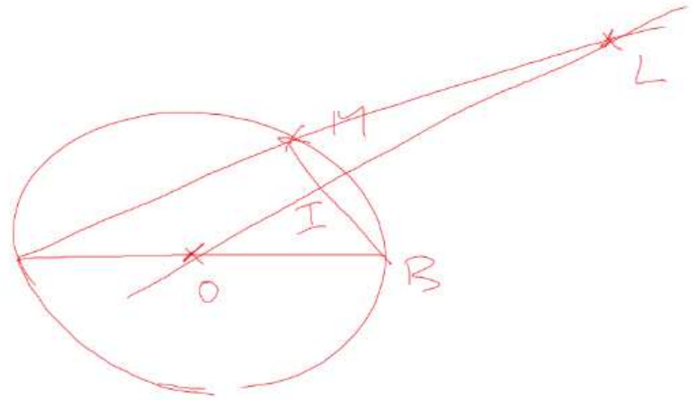
1)



Soit O le centre du parallélogramme ABCD.
J est le milieu de [AB], donc (CJ) est une médiane du triangle ABC.
De même, I est le milieu de [BC], donc (AI) est une médiane du triangle ABC.
Ces deux médianes se coupent en K, ainsi K est le centre de gravité de ABC. La troisième médiane de ABC est donc (BK). Celle-ci passe par O milieu de [AC]. On en déduit que les points B, K et O sont alignés.

O étant le centre du parallélogramme ABCD, les points B, O et D sont alignés.
Comme B, K et O sont alignés ainsi que les points B, O et D, les points B, K, O et D sont alignés.
Donc les points B, K et D sont alignés.

3)



L est le symétrique de A par rapport à M, donc M est le milieu de [AL]. Ainsi (BM) est une médiane du triangle ABL.

O centre de ($\mathcal{C}$) est le milieu du diamètre [AB]

Donc (LO) est une médiane de ABL.

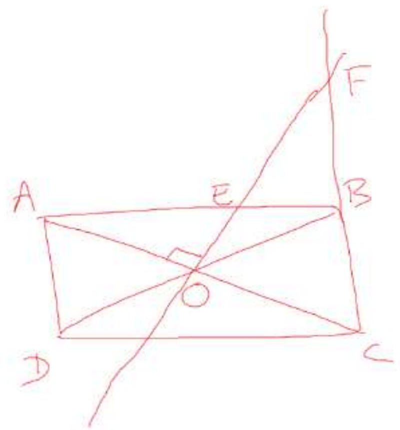
Ces deux médianes se coupent en I, ainsi I est le centre de gravité de ABL.

(AI) est la troisième médiane de ABL. Donc (AI) passe par le milieu J de [BL].

Ainsi les points A, I et J sont alignés.

Exemple 3

1)



F appartient à la médiatrice de [AC], donc (AC) et (OF) sont per perpendiculaires. La droite (OF) est une hauteur de ACF.

ABCD est un rectangle donc les droites (AB) et (CF) sont perpendiculaires. La droite (AB) est une hauteur de ACF.

Ces deux hauteurs se coupent en E, donc E est l'orthocentre de ACF. Ainsi (CE) est la troisième hauteur de ACF. Donc (CE) est perpendiculaire à (AF).