3TSI - Physique-Chimie - Colle 2a

Question de cours Dans quels cas la loi de l'hydrostatique est-elle valable ? Retrouver cette loi à partir de la relation fondamentale de la statique des fluides.

Exercice 1 Montgolfière

On étudie le décollage de la montgolfière photographiée ci-contre, de volume $V = 2000\ m^3$. On prendra $T_f = 10°C$ pour l'atmosphère (supposée isotherme) et $T_c = 90°C$ pour l'air chaud contenu dans l'enveloppe (à la même pression que l'air extérieur). La masse de la nacelle, des passagers et de l'enveloppe vaut $m_0 = 450$ kg.

<u>Données</u> $M_{air} = 29{,}0\ g.mol^{-1}$ $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ $R = 8{,}31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$
$P_0 = 1013$ hPa (pression au niveau du sol)

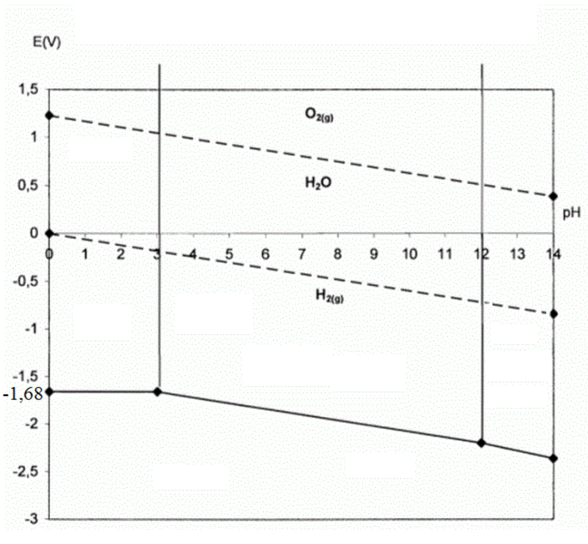
1) Calculer la masse d'air chaud contenue dans l'enveloppe.

2) La montgolfière peut-elle décoller ?

3) A partir de la relation fondamentale de la statique des fluides, retrouver l'expression de la pression P(z) dans le modèle isotherme de l'atmosphère. AN : calculer la pression à 3000 m d'altitude.

4) Déterminer l'altitude maximale que cette montgolfière peut atteindre.

Exercice 2 Diagramme de l'aluminium



Concentration de tracé : $C_0 = 0{,}1\ mol.L^{-1}$
Pression de tracé : $P_0 = 1$ bar

Lorsque l'oxyde $Al_2O_{3(s)}$ (alumine) se forme à partir de l'aluminium métallique, il crée sur la surface du métal une couche étanche qui empêche l'oxydation ultérieure du métal (phénomène de *passivation*).

1) En justifiant, placer les espèces $Al_{(s)}$, $Al_2O_{3(s)}$, $Al(OH)_4^-{}_{(aq)}$ et $Al^{3+}{}_{(aq)}$

2) Calculer la pente de la frontière $Al(OH)_4^-$ / $Al_{(s)}$

3) Déterminer à partir du graphique :
- $E°(Al^{3+}/Al)$
- la constante d'équilibre K_1 de la réaction $Al_2O_{3(s)} + 3\ H_2O = 2\ Al^{3+} + 6\ HO^-$ (on donne $K_e = 10^{-14}$)

4) D'après le diagramme et les informations fournies, le métal aluminium résiste-t-il à la pluie ? Et aux pluies acides ? Ecrire dans chaque cas l'équation-bilan de la réaction mise en jeu.

3TSI - Physique-Chimie - Colle 2a
Corrigé

Question de cours La loi de l'hydrostatique est valable pour les fluides statiques incompressibles.

$dP=-\mu g\,dz$ (relation fondamentale de la statique des fluides, verticale ascendante) et $\mu=cste$

Soient A et B deux points du fluide : $\int_{P_A}^{P_B} dP=-\mu g\int_{z_A}^{z_B} dz$ => $P_B-P_A=-\mu g(z_B-z_A)$

d'où $P_B+\mu g z_B=P_A+\mu g z_A$, la quantité $P+\mu g z$ est constante dans le fluide.

Exercice 1 Montgolfière

1) $\rho_C=\frac{P_0 M}{RT_C}$ donc $m_C=\rho_C V=\frac{1013.10^2.29{,}0.10^{-3}}{8{,}31.363}.2000=1{,}95.10^3\,kg$

2) $\|\vec{P}\|=mg=(m_0+m_C)g\simeq 2{,}35.10^4\,N$ $\quad \|\overrightarrow{\Pi_A}\|=\rho_f V g=\frac{1013.10^2.29{,}0.10^{-3}}{8{,}31.283}.2000=2{,}45.10^4\,N$

$\|\vec{P}\|<\|\overrightarrow{\Pi_A}\|$, la montgolfière peut décoller.

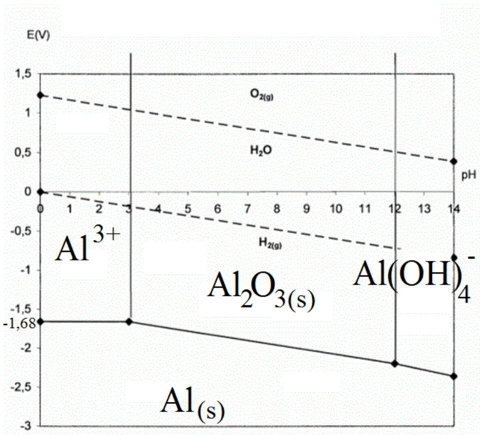
3) Question de cours, on retrouve $P(z)=P_0 e^{-\frac{M_{air}g}{RT_0}z}$ AN : P(3000) = 705 hPa (T_0 = 10°C)

4) L'altitude maximale est atteinte lorsque $\|\vec{P}\|=\|\overrightarrow{\Pi_A}\|$ <=> $m_0+\rho_C V=\rho_f V$

<=> $\rho_f-\rho_c=\frac{m_0}{V}$ <=> $P(z)\frac{M}{R}(\frac{1}{T_f}-\frac{1}{T_C})=\frac{m_0}{V}$ <=> $e^{-\frac{Mg}{RT_0}z}=\frac{m_0 R}{M P_0 V}\frac{T_C T_f}{T_C-T_f}$

On trouve z_{max} = 1,67 km.

Exercice 2 Diagramme de l'aluminium



1) Dans $Al_{(s)}$, no(Al) = O
Dans Al^{3+} , $Al_2O_{3(s)}$ et $Al(OH)_4^-$, no(Al) = +III
2 Al^{3+} + 3 H_2O = $Al_2O_{3(s)}$ + 6 H^+ :Al^{3+} acide, Al_2O_3 base
$Al_2O_{3(s)}$ + 5 H_2O = 2 $Al(OH)_4^-$ + 2 H^+ : Al_2O_3 acide, $Al(OH)_4^-$ base

2) $Al(OH)_4^-$ + 4 H^+ + 3 e^- = $Al_{(s)}$ + 4 H_2O
$E = E^0 + 0{,}02 \log([Al(OH)_4^-][H^+]^4)$
A la frontière $[Al(OH)_4^-] = C_0$
$E_f = E^0 + 0{,}02 \log C_0 - 0{,}08\, pH$ pente - 0,08 V

3) Al^{3+} + 3e^- = $Al_{(s)}$ à la frontière $E_f = E^0 + 0{,}02 \log C_0$
Donc $E^0 = E_f - 0{,}02 \log(C_0) = -1{,}68 - 0{,}02 \log(0{,}1) = -1{,}66$ V
$Al_2O_{3(s)}$ + 3 H_2O = 2 Al^{3+} + 6 HO^- $\quad K_1=[Al^{3+}]^2[HO^-]^6$

Frontière Al^{3+}/Al_2O_3 : $[Al^{3+}]=C_0$, Al_2O_3 est présent, on lit pH_f = 3 => $K_1=C_0^2[HO^-]^6=C_0^2\frac{K_e^6}{10^{-6pH_f}}=10^{-68}$

4) En présence de H_2O en milieu neutre ou légèrement acide (cas de la pluie), $Al_{(s)}$ réagit avec H_2O (domaines disjoints) pour former $Al_2O_{3(s)}$. Le phénomène est stoppé par l'apparition de la couche d'oxyde protectrice (énoncé). L'aluminium résiste à la pluie. 2 $Al_{(s)}$ + 3 H_2O = $Al_2O_{3(s)}$ + 3 $H_{2(g)}$
En milieu aqueux très acide (cas des pluies acides), c'est Al3+ qui se forme, l'oxydation peut se poursuivre et le métal est détérioré. 2 Al(s) + 6 H+(aq) = 2 Al3+(aq) + 3 H2(g)

3TSI - Physique-Chimie - Colle 2b

Question de cours Retrouver l'expression de la pression P en fonction de l'altitude z dans l'atmosphère isotherme.

Exercice 1 Ballon-sonde dans l'atmosphère

On souhaite étudier l'atmosphère grâce à un ballon-sonde rempli d'Hélium, équipé d'une nacelle contenant des instruments de mesure. La pression au niveau du sol est P_0 = 1013 hPa et la température de l'atmosphère, supposée uniforme, est T_0 = 0 °C. Le ballon-sonde, fermé, est initialement rempli d'Hélium à la pression P_0 et à la température T_0. On note V_b le volume du ballon, qui varie au cours de l'ascension.

1) Quel doit être le volume minimal ($V_{b,min}$) pour que le ballon décolle du sol ?
<u>Données :</u> M_{air} = 29,0 g.mol^{-1}, M_{He} = 4,0 g.mol^{-1}
m_0= 20 kg (masse de l'enveloppe, de la nacelle et des instruments)
R = 8,314 J.K.mol^{-1}

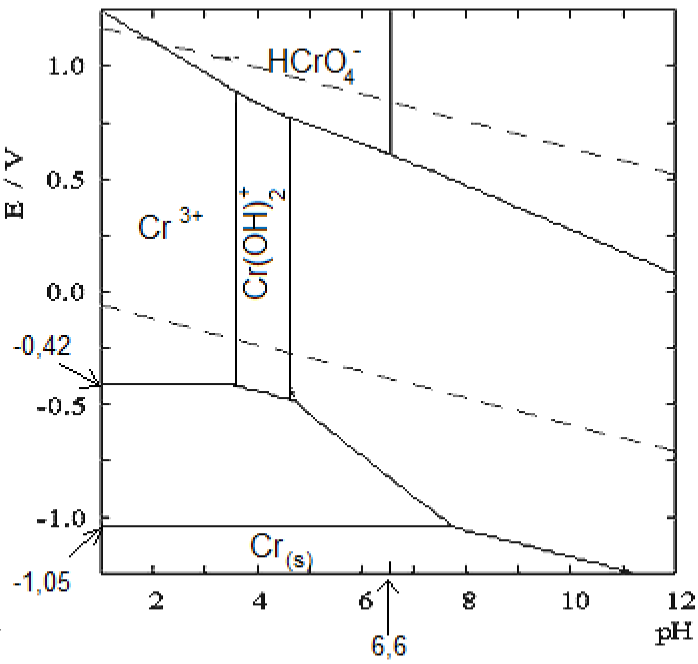
Pour la suite, on choisit un volume initial V_{b0} = 20 m^3. Durant toute l'ascension, on considère que la pression de l'Hélium est égale à la pression de l'air environnant (l'enveloppe du ballon est parfaitement extensible).

2) Rappeler l'expression de la pression P(z) dans l'atmosphère isotherme. A.N. pour z = 1 km

3) Exprimer le volume $V_b(z)$ du ballon à l'altitude z en fonction de z, V_{b0} et d'une distance caractéristique z_c à exprimer en fonction de M_{air}, g, R et T_0.

4) L'enveloppe se rompt lorsque $V_b = 5\ V_{b0}$. Quelle est l'altitude maximale atteinte par le ballon ?

Exercice 2 Diagramme du chrome



Concentration de tracé $C_0 = 1{,}0.10^{-5}$ mol.L^{-1}
Pression de tracé P_0 = 1 bar

1) En justifiant, placer les espèces suivantes sur le diagramme : $Cr_2O_{3\,(s)}$, $CrO_4^{2-}{}_{(aq)}$ et $Cr^{2+}{}_{(aq)}$

2) Calculer la pente de la frontière $Cr_2O_{3(s)}$ / Cr^{2+}

3) A l'aide du diagramme, déterminer :
- pKa($HCrO_4^-/CrO_4^{2-}$)
- E°($Cr^{2+}/Cr_{(s)}$)

Dans une solution contenant des ions Cr^{2+}, on verse une solution concentrée d'hydroxyde de sodium (Na^+,HO^-).

4) Ecrire l'équation-bilan (en milieu basique) de la réaction observée.

3TSI - Physique-Chimie - Colle 2b
Corrigé

Question de cours

$dP = -\mu g dz$ avec $\mu = \frac{PM_{air}}{RT}$ (à retrouver à partir de l'équation des gaz parfaits) et $T = T_0 = cste$

On intègre cette relation entre un point A au sol ($z=0$, $P=P_0$) et un point B d'altitude quelconque z_B

$$\int_{P_A}^{P_B} \frac{dP}{P} = -\frac{M_{air} g}{RT_0} \int_{z_A}^{z_B} dz$$

$\ln P_B - \ln P_A = -\frac{M_{air} g}{RT_0}(z_B - z_A)$ donc $P_B = P_0 e^{-\frac{M_{air} g}{RT_0} z_B}$. On a donc $P(z) = P_0 e^{\frac{-Mg}{RT_0} z}$

Exercice 1 Ballon-sonde dans l'atmosphère

1) Pour que le décollage soit possible, il faut $\|\vec{\Pi}_A\| \geq \|\vec{P}\|$ <=> $\rho_{air} V_b \geq \rho_{He} V_b + m_0$

<=> $\frac{P_0(M_{air} - M_{He})}{RT_0} \geq m_0$ <=> $V_b \geq \frac{m_0 R T_0}{P_0(M_{air} - M_{He})}$ AN : $V_{b,min} = 18\ m^3$

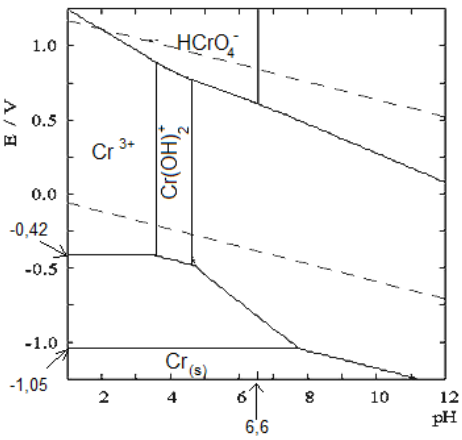
2) Question de cours, on retrouve $P(z) = P_0 e^{-\frac{M_{air} g}{RT_0} z}$ AN : P(1km) = 894 hPa

3) Evolution isotherme, $P(z)\ V_b(z) = n_{He}\ R\ T_0 = P_0\ V_{b0}$ d'où $V_b(z) = V_{b0} \frac{P_0}{P(z)} = V_{b0} e^{\frac{M_{air} g z}{R T_0}} = V_{b0} e^{\frac{z}{z_c}}$

en posant $z_c = RT_0 / (M_{air} g)$

4) L'enveloppe se rompt lorsque $V_b = 5\ V_{b0}$ <=> $e^{\frac{z}{z_c}} = 5$ <=> $z = \ln(5) . z_c$ AN $z_{max} = 12,8$ km

Exercice 2 Diagramme du chrome



1) Dans $Cr_2O_{3(s)}$, no(Cr) = +III ; dans CrO_4^{2-} , no(Cr) = + VI
Dans Cr^{2+}, no(Cr) = + II

2) $Cr_2O_{3(s)} + 6\ H^+ + 2\ e^- = 2\ Cr^{2+} + 3\ H_2O$
$E = E^0 + 0,03 \log([H^+]^6 / [Cr^{2+}]^2)$
A la frontière $[Cr^{2+}] = C_0$, $E_f = E^0 - 0,06 \log C_0 - 0,18\ pH$
Pente -0,18 V

3) $K_a = \frac{[CrO_4^{2-}][H^+]}{[HCrO_4^-]}$; à la frontière $HCrO_4^-/CrO_4^{2-}$, $[HCrO_4^-]$ $=[CrO_4^{2-}]=C_0$, $K_a=[H^+]_f$, $pKa=pH_f \sim 6,6$
$Cr^{2+} + 2\ e^- = Cr_{(s)}$ => $E = E^0 + 0,03 \log([Cr^{2+}])$
A la frontière $[Cr^{2+}] = C_0$ donc $E_f = E^0 + 0,03 \log C_0$ d'où $E^0 = E_f + 0,15 = -1,05 + 0,15 = -0,90$ V

4) En milieu basique, Cr^{2+} se dismute en $Cr_2O_{3(s)}$ et $Cr_{(s)}$

$$Cr_2O_{3(s)} + 6\ H^+ + 2\ e^- = 2\ Cr^{2+} + 3\ H_2O$$
$$Cr^{2+} + 2\ e^- = Cr_{(s)}$$

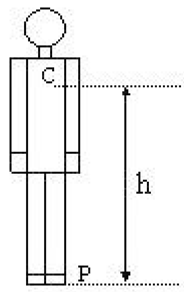
Equation-bilan : $3\ Cr^{2+} + 3\ H_2O = Cr_{(s)} + Cr_2O_{3(s)} + 6\ H^+$
En milieu basique : $3\ Cr^{2+} + 6\ HO^- = Cr_{(s)} + Cr_2O_{3(s)} + 6\ H_2O$

3TSI - Physique-Chimie - Colle 2c

Question de cours Retrouver l'expression de la pression P en fonction de la profondeur H dans l'océan (à partir de la loi de l'hydrostatique).

Exercice 1 Perfusion

La tension artérielle T est définie par $T = P - P_{atm}$ où P est la pression du sang dans une artère et P_{atm} la pression atmosphérique. L'écoulement du sang étant lent dans le corps humain, on admet que les résultats de la statique des fluides sont valables. On suppose également le sang incompressible.



Données Masse volumique du sang : $\mu_s = 1{,}06\ g.cm^{-3}$

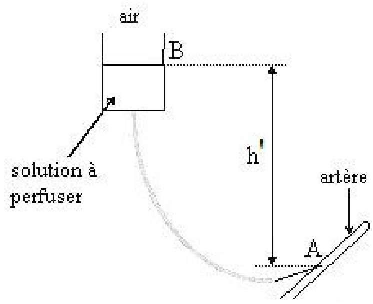
$g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ $\mu_{eau} = 1{,}00.10^3\ kg.m^{-3}$ $P_{atm} = 1013\ hPa$

1) En justifiant, exprimer la pression du sang P_P au niveau des pieds en fonction de P_C (pression au niveau du coeur), μ_s, g et h (voir schéma).

2) On mesure une tension artérielle T_C = 133 hPa au niveau du coeur ; en déduire la tension artérielle T_P des pieds (on prendra h = 1,4 m).

3) Calculer la tension artérielle au niveau de la tête (on prendra une différence d'altitude de 40 cm avec le coeur)

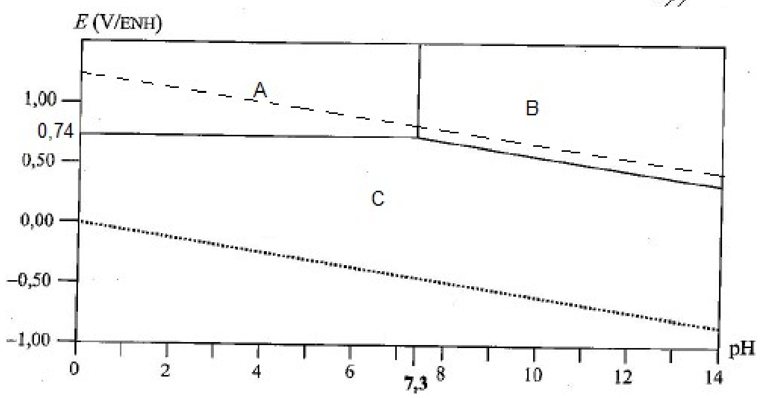
Le principe de la perfusion consiste à injecter une solution (assimilée à de l'eau) dans le sang du patient. Pour assurer l'écoulement, la pression au niveau du point d'injection doit être supérieure à la pression artérielle.



4) A quelle hauteur minimale h' (voir schéma) faut-il placer le flacon pour assurer l'écoulement de la solution dans une artère ?

5) La tension veineuse est de l'ordre de 10 mmHg (1 bar = 750 mmHg) ; reprendre le calcul précédent et conclure.

Exercice 2 Diagramme de l'argent



Le diagramme potentiel-pH de l'argent est tracé pour une concentration $C_0 = 1.10^{-1}\ mol.L^{-1}$. La pression de tracé vaut $P_0 = 1$ bar.

Données

$E^0(H^+/H_2)=0{,}00\ V$ $E^0(O_2/H_2O) = 1{,}23\ V$

1) Placer les espèces $Ag^+_{(aq)}$, $Ag_2O_{(s)}$ et $Ag_{(s)}$ sur le diagramme en justifiant précisément.

2) Calculer la pente de la frontière B/C.

3) Déterminer à l'aide du diagramme :

- le potentiel standard $E^0(Ag^+/Ag)$
- la constante d'équilibre K_1 de la réaction suivante : $2\ Ag^+_{(aq)} + H_2O = Ag_2O_{(s)} + 2\ H^+$

4) Placer les espèces $H_{2(g)}$, H_2O et $O_{2(g)}$. Pour un pH = 10, l'argent est-il stable dans une eau désaérée ? Et dans une eau aérée ? Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui peut avoir lieu.

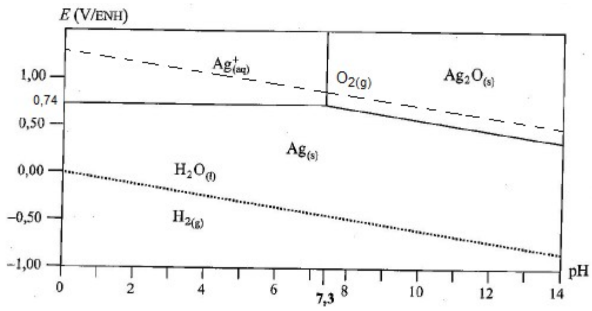
3TSI - Physique-Chimie - Colle 2c
Corrigé

Question de cours Loi de l'hydrostatique : $P_A + \mu\ g\ z_A = P_B + \mu\ g\ z_B$. En plaçant A à la surface et B à une profondeur H, on a $P_{atm} + \mu\ g\ (z_A - z_B) = P_B$ donc $P_B = P_{atm} + \mu\ g\ H$

Exercice 1 Perfusion

1) $P_p + \mu_s g z_P = P_c + \mu_s g z_c$ d'où $P_P = P_C + \mu_s g (z_C - z_P) = P_C + \mu_s g h$
2) On obtient P_p = 1291 hPa puis T_P = 278 hPa
3) $P_T = P_C + \mu_{sang} g (z_C - z_T)$ d'où $T_T = T_C + \mu_{sang} g (z_C - z_T)$ avec $z_C - z_T = -0{,}40$ m AN : T_T = 91 hPa
4) $P_A = P_B + \mu_{eau} g h'$ avec $P_B = P_{atm}$; on recherche $P_A > P_{sang}$ soit $P_A > P_{atm} + T$
On doit donc avoir $\rho_{eau} g h' > T$, en prenant $T = T_C$ = 133 hPa on obtient h' > 1,36 m, difficilement réalisable.
5) Avec T = 10 mmHg = 13,3 hPa, on obtient h' > 0,136 m soit 13,6 cm ; on perfuse dans les veines, pas dans les artères.

Exercice 2 Diagramme de l'argent



1) Dans $Ag_{(s)}$ no(Ag) = 0
Dans $Ag^+_{(aq)}$ no(Ag) = +I
Dans $Ag_2O_{(s)}$ 2 no(Ag) + no(O) = 0
=> no(Ag) = +I
$Ag^+_{(aq)} + H_2O = Ag_2O_{(s)} + 2\ H^+$ => Ag^+ acide, Ag_2O base
Le degré d'oxydation augmente avec le potentiel E, les espèces acides sont présentes à pH faible, d'où le placement ci-contre.

2) Frontière $Ag_2O_{(s)}$ / $Ag_{(s)}$: $Ag_2O_{(s)} + 2\ H^+ + 2\ e^- = 2\ Ag_{(s)} + H_2O$ $E = E^0(Ag_2O/Ag) + \frac{0{,}06}{2}\log([H^+]^2)$
A la frontière $E_f = E^0 - 0{,}06\,pH$, la pente vaut -0,06 V
3) Frontière $Ag^+_{(aq)}$ / $Ag_{(s)}$: $Ag^+_{(aq)} + e^- = Ag_{(s)}$ $E = E^0(Ag^+/Ag) + 0{,}06\log[Ag^+]$
A la frontière $[Ag^+] = C_0$ donc $E_f = E^0(Ag^+/Ag) + 0{,}06\log C_0$ avec E_f = 0,74 V on a $E^0 = 0{,}80\,V$
Frontière $Ag^+_{(aq)}$ / $Ag_2O_{(s)}$: $2\ Ag^+_{(aq)} + H_2O = Ag_2O_{(s)} + 2\ H^+$ $K_1 = \frac{[H^+]^2}{[Ag^+]^2}$
A la frontière, $[Ag^+] = C_0$ et $[H^+] = 10^{-pHf}$ avec pH_f = 7,3 (pH de la frontière verticale) donc $K_1 = 10^{-12{,}6}$
4) En présence de H_2O, l'argent est stable car les domaines de H_2O et $Ag_{(s)}$ se recouvrent (les deux espèces peuvent coexister).
En présence de O_2 (eau aérée), l'argent réagit avec O_2 car leurs domaines sont disjoints. L'argent n'est pas stable dans une eau aérée : c'est $Ag_2O_{(s)}$ qui se forme à pH = 10.
Couples : Ag_2O/Ag $Ag_2O_{(s)} + 2\ H^+ + 2\ e^- = 2\ Ag_{(s)} + H_2O$
O_2/H_2O $O_{2(g)} + 4\ H^+ + 4\ e^- = 2\ H_2O$
Equation-bilan : $4\ Ag_{(s)} + O_{2(g)} = 2\ Ag_2O_{(s)}$

3TSI - Physique-Chimie - Colle 1
Exercices supplémentaires

Exercice Le diamant

Le carbone peut cristalliser sous la forme diamant : les atomes de carbone forment alors une structure cubique faces centrées, avec des atomes de carbone supplémentaires au centre de quatre des huit petits cubes (sites tétraédriques). La masse volumique du diamant vaut 3,52 $g.cm^{-3}$

<u>Données</u> $M(C) = 12,0\ g.mol^{-1}$ et $N_A = 6,02.10^{23}$

Déterminer le paramètre de maille de cette structure. En déduire le rayon atomique du carbone.

Exercice L'Uranium

L'Uranium (symbole U) a pour numéro atomique 92. Ses isotopes les plus fréquents sont U^{235} et U^{238}.

1) Donner la composition du noyau de U^{235} et U^{238}.

L'uranium naturel est un mélange des deux isotopes ; il a pour masse molaire $M(U) = 238,03\ g.mol^{-1}$.

2) Déterminer le pourcentage d'atomes d'Uranium 235 dans l'uranium naturel.
<u>Données</u> $M(U^{235}) = 235,04\ g.mol^{-1}$ $M(U^{238}) = 238,05\ g.mol^{-1}$

3) Donner la configuration électronique de l'atome d'uranium dans son état fondamental en indiquant les électrons de valence.

L'uranium forme avec l'oxygène un cristal dans lequel les ions uranium occupent un réseau cubique faces centrées, et les ions O^{2-} occupent les centres des 8 petits cubes de la maille (sites tétraédriques).

4) Quelle est la formule chimique de ce cristal ? En déduire la charge des ions Uranium.

Exercice Atmosphère adiabatique

On remplace dans certains cas le modèle isotherme de l'atmosphère par un modèle d'*atmosphère adiabatique* : l'hypothèse du gaz parfait est conservée, mais la température n'est plus uniforme.

1) Par analogie avec les transformations adiabatiques réversibles, quelle(s) loi(s) peut-on appliquer dans cette situation ? Ecrire la loi associée aux variables P et T.
2) A partir de la relation fondamentale de la statique des fluides, déterminer l'expression de la pression P(z) (on notera P_0 et T_0 les valeurs de P et T au niveau du sol).
3) Comparer numériquement les valeurs à 1000 m d'altitude fournies par ce modèle et par le modèle de l'atmosphère isotherme.
<u>Données</u> $M_{air} = 29,0\ g.mol^{-1}$ $g = 9,8\ m.s^{-2}$ $\gamma = 1,4$ $P_0 = 1000$ hPa (au sol) $R = 8,31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$
$T = T_0 = 10°C$ pour l'atmosphère isotherme, et $T(z=0) = T_0 = 10°C$ <u>au sol</u> pour l'atmosphère adiabatique

3TSI - Physique-Chimie - Colle 1
Exercices supplémentaires - Corrigé

Exercice Le diamant

On compte 8*1/8 + 6*1/6 + 4 = 8 atomes de carbone par maille

$$\mu=\frac{8*M_C}{N_A.a^3} \quad \text{donc} \quad a=\sqrt[3]{\frac{8M_C}{N_A\mu}}=356\,\text{pm}$$

Contact des atomes sur la demi-diagonale d'un petit cube : $2r_C=\frac{\sqrt{3}}{4}a$ d'où r_C = 77,2 pm

Exercice L'Uranium

1) ^{235}U : 92 protons, 143 neutrons ^{238}U : 92 protons, 146 neutrons

2) Soit x la fraction de ^{235}U : M(U) = x.M(^{235}U) + (1-x).M(^{238}U) => x = $6{,}6.10^{-3}$ => 0,7% de ^{235}U

3) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^6\ \mathbf{7s^2\ 5f^4}$

4) On compte 8*1/8 + 6*1/2 = 4 ions uranium et 8 *1 = 8 ions oxygène, formule UO_2 donc U^{4+} dans ce solide

Exercice Atmosphère adiabatique

1) Loi de Laplace PV^γ = cste, que l'on peut réécrire sous la forme $P^{1-\gamma}T^\gamma$ = cste

2) $dP=-\rho g\,dz$ avec $\rho=\frac{PM}{RT}$; $P(z)^{1-\gamma}T(z)^\gamma=P_0^{1-\gamma}T_0^\gamma$ donc $T(z)=T_0\left(\frac{P_0}{P(z)}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$

d'où $\rho=\frac{P(z)Mg}{RT(z)}=\frac{P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}Mg}{RT_0}P(z)^{\frac{1}{\gamma}}$, on a $\frac{dP}{P(z)^{\frac{1}{\gamma}}}=-\frac{P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}Mg}{RT_0}dz$, $P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}M}{RT_0}z+K$

C.L. : $P(z=0)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=P_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=K$, finalement $P(z)=P_0\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{Mg}{RT_0}z\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

AN : Pour z= 1000 P = 884 hPa Modèle isotherme P = 886 hPa écart de 0,2%