

Exemple 13

1) Choix des inconnues

Soit x le prix d'entrée par un enfant
et y celui par un adulte en euros.

Mise en équations

Trois enfants et un adulte payent 29 €
donc $3x + y = 29$

Cinq enfants et quatre adultes payent 70,5 €
donc $5x + 4y = 70,5$.

On aboutit au système (S) :
$$\begin{cases} 3x + y = 29 \\ 5x + 4y = 70,5 \end{cases}$$

Résolution

L'ensemble de définition de (S) est $D_f = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 12x + 4y = 116 & \leftarrow 4L_1 \\ 5x + 4y = 70,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 45,5 & \leftarrow L_1 - L_2 \\ 5x + 4y = 70,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6,5 \\ 4y = 70,5 - 5 \times 6,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6,5 \\ 4y = 38 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6,5 \\ y = 9,5 \end{cases}$$

Or le couple $(6,5 ; 9,5)$ appartient à D_f ,

(S) a une seule solution : $(6,5 ; 9,5)$.

Conclusion

(l'entrée par un enfant coûte $6,5 \text{ €}$ et celle par un adulte coûte $9,5 \text{ €}$.)

3) Choix des inconnues

Soient x et y les deux nombres.

Mise en équations

La somme des deux nombres vaut 133

$$\text{donc } x + y = 133.$$

Si on ajoute 5 à x et à y , leur rapport est égal à $\frac{4}{7}$. Donc $\frac{x+5}{y+5} = \frac{4}{7}$.

$$\text{On aboutit au système (S): } \begin{cases} x + y = 133 \\ \frac{x+5}{y+5} = \frac{4}{7} \end{cases}$$

Résolution

(l'ensemble de définition de (S) est $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{-5\})$)

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 133 - x \\ \frac{x+5}{133-x+5} = \frac{4}{7} \end{cases}$$

$$\text{Soit (E) l'équation: } \frac{x+5}{133-x+5} = \frac{4}{7}$$

$$(E) \Leftrightarrow \frac{x+5}{138-x} = \frac{4}{7}$$

$$\Leftrightarrow 7(x+5) = 4(138-x)$$

$$\Leftrightarrow 7x + 35 = 552 - 4x$$

$$\Leftrightarrow 7x + 4x = 552 - 35$$

$$\Leftrightarrow 11x = 517$$

$$\Leftrightarrow x = 47$$

$$\text{Ainsi } (S) \Leftrightarrow \begin{cases} y = 133 - 47 \\ x = 47 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 86 \\ x = 47 \end{cases}$$

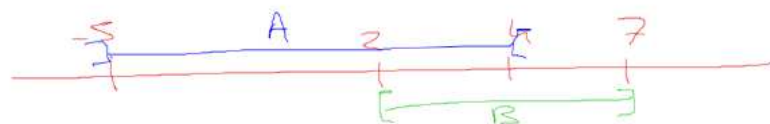
(S) a une seule solution : (47, 86).

Conclusion

Ces deux nombres cherchés sont 47 et 86.

Exemple 15

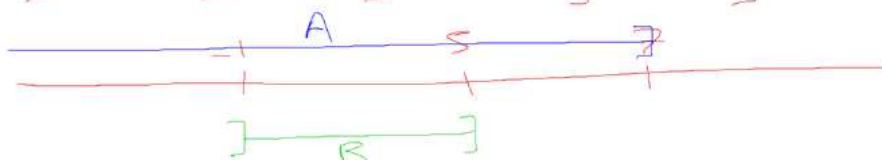
$$1) A =]-5; 4[\quad B = [2; 7]$$



$$A \cap B = [2; 4[$$

$$A \cup B =]-5; 7]$$

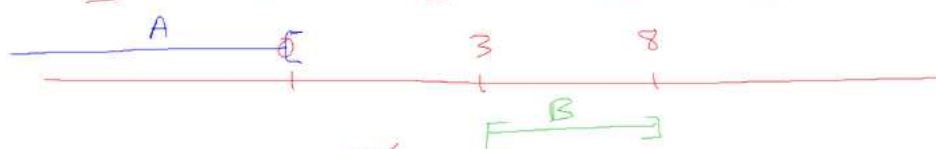
$$3) A =]-\infty; 7] \quad B =]-1; 5]$$



$$A \cap B =]-1; 5]$$

$$A \cup B =]-\infty; 7]$$

$$5) A =]-\infty; 0[\quad B = [3; 8]$$



$$A \cap B = \emptyset$$

↑ ensemble vide

$$A \cup B =]-\infty; 0[\cup [3; 8]$$

Exemple 16

$$1) (I_1) \Leftrightarrow 3x - 2x \leq -3 - 1$$

$$\Leftrightarrow x \leq -4$$

(l'ensemble des solutions de (I_1) est
 $S =]-\infty; -4]$)

Exemple 16

$$3] \quad (I_3) \Leftrightarrow -4(x^2 + 5x - 2x - 10) \geq 2(-2x^2 + 8x + x - 4)$$

$$\Leftrightarrow -4x^2 - 12x + 40 \geq -4x^2 + 18x - 8$$

$$\Leftrightarrow -30x \geq -48$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{-48}{-30}$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{8}{5}$$

(l'ensemble des solutions de (I_3) est $S =]-\infty; \frac{8}{5}]$)

$$5] \quad (I_5) \Leftrightarrow 2x + 1 \leq x - 1 + x + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 \leq 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq 2$$

(l'ensemble des solutions de (I_5) est $S = \mathbb{R}$.)