

Exemple 17

1) On a: $2,8 < 2\sqrt{2} < 3$

$$2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

done $5 < 2\sqrt{2} + \sqrt{5} < 5,3$

On a: $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

$$2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

done $3,08 < \sqrt{10} < 3,45$

$$C = (1 + \sqrt{2})(2\sqrt{5} + 3)$$

On a $2,4 < 1 + \sqrt{2} < 2,5$

$$7,4 < 2\sqrt{5} + 3 < 7,6$$

$$17,76 < C < 19$$

$$\begin{array}{r} 74 \\ 24 \\ \hline 296 \\ 148 \\ \hline 1776 \end{array}$$

$$D = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{2} + (-2\sqrt{5})$$

On a: $4,4 < 2\sqrt{5} < 4,6$

$$\left. \begin{array}{l} -4,6 < -2\sqrt{5} < -4,4 \\ 4,2 < 3\sqrt{2} < 4,5 \end{array} \right\}$$

done $-0,4 < 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} < 0,1$

3) $A = \pi R^2$

On a: $3,1 < \pi < 3,2$

$$2,9 < R < 3,1$$

$$3,61 < R^2 < 4,41$$

done $11,191 < \pi R^2 < 14,112$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 32 \\ \hline 882 \\ 1723 \\ \hline 14112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 361 \\ 31 \\ \hline 361 \\ 1083 \\ \hline 11191 \end{array}$$

Exemple 18

$$1) \quad P_1 = 3X^3 - X^2 + 5X - 2$$

$$P_2 = X - 1$$

Méthode par identification :

On cherche quatre réels a, b, c et d tels que

$$P_1 = (aX^2 + bX + c)(X - 1) + d$$

$$\Leftrightarrow P_1 = aX^3 + bX^2 + cX - aX^2 - bX - c + d$$

$$\Leftrightarrow P_1 = aX^3 + (b-a)X^2 + (c-b)X - c + d$$

$$\Leftrightarrow 3X^3 - X^2 + 5X - 2 = aX^3 + (b-a)X^2 + (c-b)X - c + d$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b - a = -1 \\ c - b = 5 \\ -c + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = 7 \\ d = 5 \end{cases}$$

$$\text{Donc } P_1 = (3X^2 + 2X + 7)(X - 1) + 5$$

Méthode par division

On effectue la division euclidienne de P_1 par $X - 1$

$$\begin{array}{r|l} 3X^3 - X^2 + 5X - 2 & X - 1 \\ -3X^3 + 3X^2 & 3X^2 + 2X + 7 \\ \hline 2X^2 + 5X & \\ -2X^2 + 2X & \\ \hline 7X - 2 & \\ -7X + 7 & \\ \hline 5 & \end{array}$$

$$\text{Donc } P_1 = (3X^2 + 2X + 7)(X - 1) + 5$$

3) Méthode par identification

$$\begin{aligned} \deg P_1 &= 5 & \deg Q &= 3 \\ \deg P_2 &= 2 \\ P_1 &= P_2 \times Q + R \end{aligned}$$

On cherche 6 réels a, b, c, d, e et f tels que
 $P_1 = (aX^3 + bX^2 + cX + d)(X^2 + 1) + eX + f$

$$\Leftrightarrow P_1 = aX^5 + bX^4 + cX^3 + dX^2 + aX^3 + bX^2 + cX + d + eX + f$$

$$\Leftrightarrow P_1 = aX^5 + bX^4 + (c+a)X^3 + (d+b)X^2 + (c+e)X + d+f$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c+a = 5 \\ d+b = 1 \\ c+e = 4 \\ d+f = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = 4 \\ d = 2 \\ e = 0 \\ f = 0 \end{cases}$$

$$\text{Donc } P_1 = (X^3 - X^2 + 4X + 2)(X^2 + 1)$$

Méthode par division

On effectue la division euclidienne de P_1 par $X^2 + 1$

$$\begin{array}{r|l} X^5 - X^4 + 5X^3 + X^2 + 4X + 2 & X^2 + 1 \\ \hline -X^5 & X^3 - X^2 + 4X + 2 \\ \hline -X^4 & \\ \hline -X^4 + 4X^3 + X^2 & \\ +X^4 & +X^2 \\ \hline 4X^3 + 2X^2 + 4X & \\ -4X^3 & -4X \\ \hline 2X^2 & +2 \\ -2X^2 & -2 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{Donc } P_1 = (X^3 - X^2 + 4X + 2)(X^2 + 1)$$

Exemple 19

$$\begin{aligned} 1) \quad P(-3) &= (-3)^4 + (-3)^3 - (-3)^2 + 8 \times (-3) - 21 \\ &= 81 - 27 - 9 - 24 - 21 \\ &= 81 - 81 = 0 \end{aligned}$$

Donc -3 est racine de P .

$$3) \quad P(1) = 1^5 - 1 = 1 - 1 = 0$$

Donc 1 est racine de P .

Exemple 20

$$1) \quad P_1(X) = X^3 - 1$$

$$P_1(1) = 1^3 - 1 = 0$$

Donc 1 est racine de P_1 et P_1 est factorisable par $X-1$.

On pose la division euclidienne de P_1 par $X-1$.

$$\begin{array}{r|l} X^3 & -1 \\ -X^3 + X^2 & \\ \hline X^2 & \\ -X^2 + X & \\ \hline X - 1 & \\ -X + 1 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l} X-1 \\ \hline X^2 + X + 1 \end{array}$$

$$\text{Donc } P_1(X) = (X-1)(X^2 + X + 1)$$