

Exemple 22

$$1) \quad \mathcal{D}_1(x) = \underbrace{(4x^2 - 1)}_{a^2 - b^2} (x+3) - (x-1)(2x+1)$$

$a = 2x$
 $b = 1$

$$= \underline{(2x+1)(2x-1)}(x+3) - (x-1)\underline{(2x+1)}$$

$$= (2x+1) \left[(2x-1)(x+3) - (x-1) \right]$$

$$= (2x+1) (2x^2 + 6x - x - 3 - x + 1)$$

$$= (2x+1) (2x^2 + 4x - 2)$$

$$= \mathcal{D}_2(x)$$

On a bien montré que $\mathcal{D}_1(x) = \mathcal{D}_2(x)$ pour tout x réel.

Autre méthode.

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1(x) &= (4x^2 - 1)(x+3) - (x-1)(2x+1) \\ &= (4x^3 + 12x^2 - x - 3) - (2x^2 + x - 2x - 1) \\ &= 4x^3 + 12x^2 - x - 3 - 2x^2 - x + 2x + 1 \\ &= 4x^3 + 10x^2 - 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_2(x) &= (2x+1)(2x^2 + 4x - 2) \\ &= 4x^3 + 8x^2 - 4x + 2x^2 + 4x - 2 \\ &= 4x^3 + 10x^2 - 2 \end{aligned}$$

Donc on a montré que $\mathcal{D}_1(x) = \mathcal{D}_2(x)$ pour tout x réel.

$$\underline{3)} \quad F_1(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2} \quad F_2(x) = x-2 + \frac{3x-2}{(x-1)^2}$$

$$F_2(x) = \frac{(x-2)(x-1)^2 + 3x-2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(x-2)(x^2 - 2x + 1) + 3x - 2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2x^2 + 4x - 2 + 3x - 2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^3 - 4x^2 + 8x - 4}{(x-1)^2}$$

$$= F_1(x).$$

Donc on a montré que $F_1(x) = F_2(x)$ pour tout x réel différent de 1.