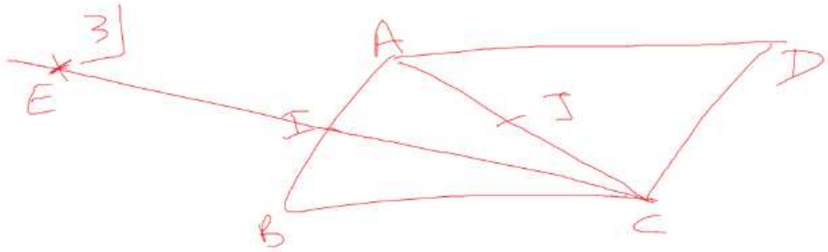
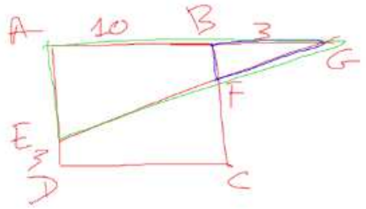
Exemple 6



- I est le milieu de [AB], J est le milieu de [AC]. En appliquant le théorème de la droite des milieux dans le triangle ABC, on obtient que les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
- E étant le symétrique de C par rapport à I, I est le milieu de [EC] et J est le milieu de [AC]. En appliquant le théorème de la droite des milieux dans le triangle AEC, on obtient que les droites (IJ) et (AE) sont parallèles.
- Comme (IJ) est parallèle à (BC) et à (AE), les droites (BC) et (AE) sont parallèles.
- Comme ABCD est un parallélogramme, les droites (BC) et (AD) sont parallèles.
- La droite (BC) étant parallèle à (AE) et à (AD), les droites (AE) et (AD) sont parallèles. Ayant un point commun, elles sont confondues.

Les points A, E et D sont alignés.

5)



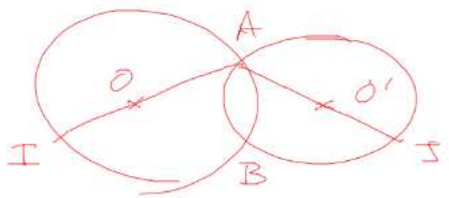
Comme ABCD est un carré, les droites (BF) et (AE) sont parallèles. En appliquant le théorème de Thalès dans les triangles AEG et BFG, on obtient :

$$\frac{BF}{AE} = \frac{BG}{AG}$$

Ainsi $BF = \frac{AE \times BG}{AG} = \frac{7 \times 3}{13} = \frac{21}{13}$.

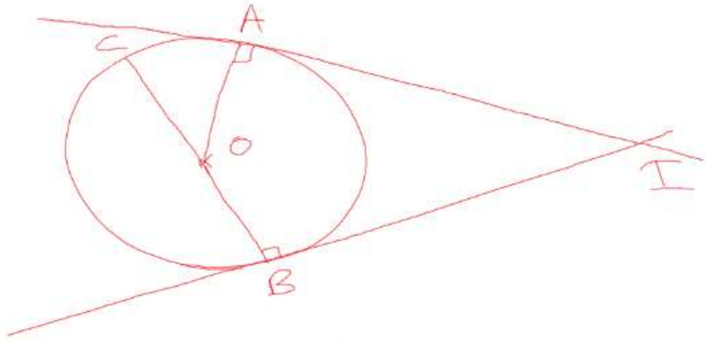
Exemple 7

1)



- [AI] est un diamètre de $(\mathscr{C})$ et B est un point de $(\mathscr{C})$. Ainsi le triangle BAI est rectangle en B et l'angle $\widehat{ABI}$ est droit.
- De même, [AJ] est un diamètre de $(\mathscr{C}')$ et B est un point de $(\mathscr{C}')$. Ainsi le triangle ABJ est rectangle en B et l'angle $\widehat{ABJ}$ est droit.
- Comme $\widehat{IBJ} = \widehat{IBA} + \widehat{ABJ} = 90° + 90° = 180°$. Donc $\widehat{IBJ}$ est un angle plat et les points I, B et J sont alignés.

3)



- A est un point de $(\mathcal{C})$ et $[BC]$ est un diamètre de $(\mathcal{C})$. Donc le triangle ABC est rectangle en A. les droites (AC) et (AB) sont perpendiculaires.
- $OA = OB$ donc O appartient à la médiatrice de $[AB]$
- D'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle OAI rectangle en A, on a :

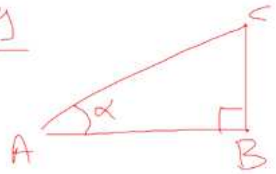
$$OI^2 = OA^2 + AI^2 \text{, ainsi } AI^2 = OI^2 - OA^2$$

- De même en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle OBI rectangle en B, on a :

$$OI^2 = OB^2 + BI^2 \text{, ainsi } BI^2 = OI^2 - OB^2$$

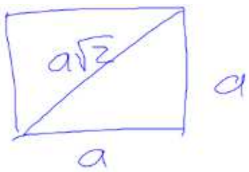
- Comme $OA = OB$, on en déduit que : $AI^2 = BI^2$ c'est-à-dire $AI = BI$. Donc I appartient à la médiatrice de $[AB]$.
- O et I sont deux points de la médiatrice de $[AB]$, celle-ci est la droite (OI). Ainsi (OI) est perpendiculaire à (AB).
- Comme (OI) et (AB) sont perpendiculaires ainsi que les droites (AC) et (AB), les droites (OI) et (AC) sont parallèles.

Propriété 19

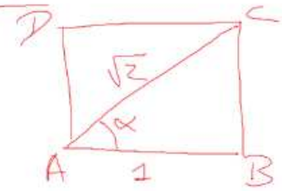


$$\cos\alpha = \frac{AB}{AC} \quad , \quad \sin\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\begin{aligned}
\cos^2\alpha + \sin^2\alpha &= \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 \\
&= \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2} \\
&= \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2} \\
&= \frac{AC^2}{AC^2} \quad \text{d'après le théorème de Pythagore appliqué à } ABC \\
&= 1 .
\end{aligned}$$

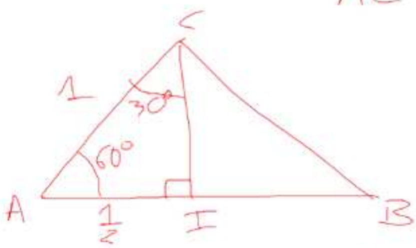


Propriété 20



$$\cos 45^\circ = \cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \sin\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



$$\cos 60^\circ = \frac{AI}{AC} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{CI}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AC^2 = AI^2 + CI^2$$

$$1 = \frac{1}{4} + CI^2$$

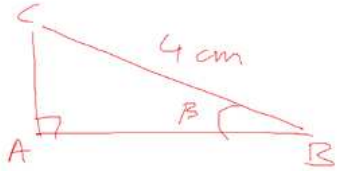
$$CI^2 = \frac{3}{4} \quad CI = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AI}{AC} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{CI}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Exemple 8

a)



$\cos \beta = \frac{3}{5}$

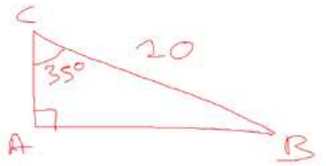
$\cos \beta = \frac{AB}{BC}$ donc $AB = BC \times \cos \beta$

$= 4 \times \frac{3}{5}$

$= \frac{12}{5}$

$= 2{,}4$ cm

c)

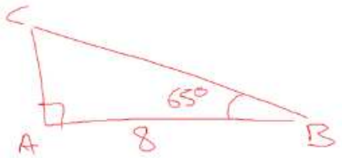


$\cos 35° = \frac{AC}{BC}$ donc $AC = BC \times \cos 35°$

$= 10 \times \cos 35°$ cm

$\simeq 8{,}2$ cm à 1 mm près

e)



$\tan 65° = \frac{AC}{AB}$ donc $AC = AB \times \tan 65°$

$= 8 \times \tan 65°$

$\simeq 17{,}2$ cm à 1 mm près