

Exemple 5

$$1) (x_0 - 1)^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$1 - 2x_0 = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{Donc } (x_0 - 1)^2 \neq 1 - 2x_0.$$

Ainsi x_0 n'est pas solution de (E).

$$\boxed{(x - 1)^2 = 1 - 2x}$$

$$3) (E): (x - 1)^2 - 2\sqrt{10} = -2x + 8$$

$$(x_0 - 1)^2 - 2\sqrt{10} = (\sqrt{2} + \sqrt{5} - 1)^2 - 2\sqrt{10}$$

$$= (\sqrt{2} + \sqrt{5} - 1)(\sqrt{2} + \sqrt{5} - 1) - 2\sqrt{10}$$

$$= 2 + \sqrt{10} - \sqrt{2} + \sqrt{10} + 5 - \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} + 1 - 2\sqrt{10}$$

$$= 8 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$-2x_0 + 8 = -2(\sqrt{2} + \sqrt{5}) + 8 = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 8$$

$$\text{Donc } (x_0 - 1)^2 - 2\sqrt{10} = -2x_0 + 8.$$

Ainsi x_0 est solution de (E).

Exemple 6

$$1) (E_1) \Leftrightarrow 2x - 2 - 3x - 3 = 4x - 8$$

$$\Leftrightarrow -x - 5 = 4x - 8$$

$$\Leftrightarrow -x - 4x - 5 = -8$$

$$\Leftrightarrow -5x = -8 + 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3}{-5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$$

(E_1) a une seule solution: $\frac{3}{5}$.

→
Première façon de conclure

(l'ensemble des solutions de (E_1) est: $S = \left\{ \frac{3}{5} \right\}$)

→
Deuxième façon de conclure

$$3) (E_3) \Leftrightarrow \frac{3x}{6} + \frac{2(1-2x)}{6} = \frac{12}{6} - \left(\frac{5x-2}{6} \right)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2(1-2x) = 12 - (5x-2)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2 - 4x = 12 - 5x + 2$$

$$\Leftrightarrow -x + 2 = 14 - 5x$$

$$\Leftrightarrow 4x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 3.$$

(E_3) a une seule solution: 3.

$$5) (E_5) \Leftrightarrow 7x - 28 + 6x - 3 = 12x - 8 + x + 4$$

$$\Leftrightarrow 13x - 31 = 13x - 4$$

$$\Leftrightarrow -31 = -4$$

(E_5) n'a aucune solution

OU

(l'ensemble des solutions de (E_5) est : $S = \emptyset$)

ensemble vide

$$7) (E_7) \Leftrightarrow (2x+7) \times 7 = 4 \times 5$$

$$\Leftrightarrow 14x + 49 = 20$$

$$\Leftrightarrow 14x = -29$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{29}{14}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

(l'ensemble des solutions de (E_7) est : $S = \left\{ -\frac{29}{14} \right\}$)

$$9) (E_9) \Leftrightarrow x^2 + x + 2x + 2 = x^2 - 5x + 4x - 20$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = x^2 - x - 20$$

$$\Leftrightarrow 3x + x = -20 - 2$$

$$\Leftrightarrow 4x = -22$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{11}{2}$$

(E_9) a une seule solution : $-\frac{11}{2}$.

$$\underline{11)} (E_{11}) \Leftrightarrow x\sqrt{2} - x\sqrt{6} = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 2 + \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2} - \sqrt{6})x = 2\sqrt{3} - 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3} - 2}{\sqrt{2} - \sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{(2\sqrt{3} - 2)(\sqrt{2} + \sqrt{6})}{\sqrt{2}^2 - \sqrt{6}^2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6} + 2\sqrt{18} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}{2 - 6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4\sqrt{2}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{2}$$

L'ensemble des solutions de (E_{11}) est : $S = \{-\sqrt{2}\}$

Exemple 7

1) Soit (E_1) : $\frac{3x+2}{x+1} - \frac{3x+4}{x-1} = \frac{5x}{x^2-1}$

Soit $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de (E_1)

$$x \in \mathcal{D}_f \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 1 \\ x^2 \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{Donc } \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$$

$$(E_1) \Leftrightarrow \frac{(3x+2)(x-1) - (3x+4)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{5x}{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow (3x+2)(x-1) - (3x+4)(x+1) = 5x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 3x + 2x - 2 - (3x^2 + 3x + 4x + 4) = 5x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - x - 2 - (3x^2 + 7x + 4) = 5x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - x - 2 - 3x^2 - 7x - 4 = 5x$$

$$\Leftrightarrow -8x - 6 = 5x$$

$$\Leftrightarrow -13x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{13}$$

Or $-\frac{6}{13}$ appartient à $\mathcal{D}_f$, donc l'ensemble des solutions de (E_1) est: $S = \left\{-\frac{6}{13}\right\}$.

3] Soit (E_3) : $\frac{3x^2+4x+1}{(2x+2)(3x+1)} = \frac{1}{2}$.

Soit D_f l'ensemble de définition de (E_3) .

$$x \in D_f \Leftrightarrow (2x+2)(3x+1) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2 \neq 0 \\ 3x+1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq -2 \\ 3x \neq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Donc } D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; -\frac{1}{3} \right\}$$

$$(E_3) \Leftrightarrow (3x^2+4x+1) \times 2 = (2x+2)(3x+1) \times 1$$

$$\Leftrightarrow 6x^2+8x+2 = 6x^2+2x+6x+2$$

$$\Leftrightarrow 8x+2 = 8x+2$$

(l'ensemble des solutions de (E_3) est: $S = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; -\frac{1}{3} \right\}$)

5] Soit (E_5) : $\frac{2x-1}{x+2} = \frac{2x+1}{x-2}$

Soit D_f l'ensemble de définition de (E_5) .

$$x \in D_f \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{Donc } D_f = \mathbb{R} \setminus \{ -2; 2 \}$$

$$(E_5) \Leftrightarrow (2x-1)(x-2) = (x+2)(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x - x + 2 = 2x^2 + x + 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow -5x = 5x$$

$$\Leftrightarrow -10x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

Or 0 appartient à $\mathcal{D}_f$, donc l'ensemble des solutions de (E_5) est : $S = \{0\}$