P1 - Statique des fluides - TD

Application directe du cours

Exercice 1 Compressible ou incompressible ?

1) Exprimer la masse volumique μ d'un gaz parfait en fonction de sa pression P, sa température T, sa masse molaire M et la constante $R = 8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$ des gaz parfaits. Préciser les unités SI.

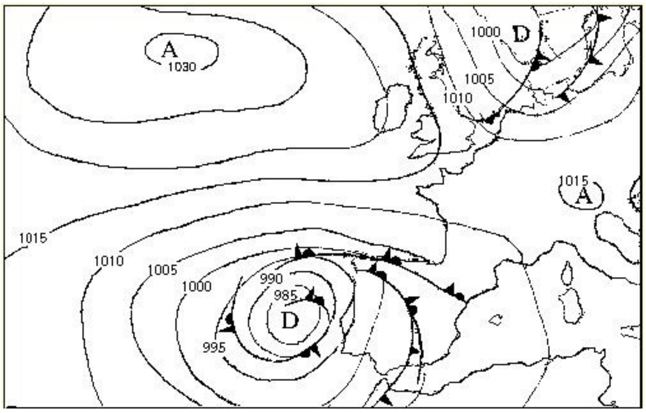
2) Calculer la masse volumique μ de l'air ($M_{air} = 29{,}0\ g.mol^{-1}$) sous une pression de 1 bar à 20°C. Reprendre ensuite le calcul pour une pression de 1,5 bar à 20°C.

Pour une variation de pression ΔP, la variation de masse volumique $\Delta\mu$ de l'eau liquide peut être approchée par la relation suivante :

$$\frac{\Delta\mu}{\mu} = \chi_T \Delta P \quad \text{avec} \quad \chi_T = 5.10^{-10}\ Pa^{-1}$$

3) Calculer la masse volumique μ pour l'eau lorsque la pression atteint 2 bar (on donne $\mu = 1{,}00.10^3\ kg.m^{-3}$ pour l'eau sous 1 bar).

Exercice 2 Carte de champ



Le champ représenté ci-contre est-il...

- scalaire ?
- vectoriel ?
- uniforme ?
- stationnaire ?

Exercice 3 Sous l'océan

Données
$\mu = 1025\ kg.m^{-3}$ pour l'eau salée de l'océan
$P_0 = 1{,}00$ bar (pression à la surface de l'océan)
$g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

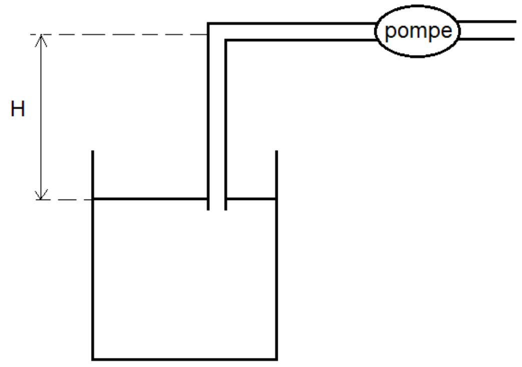
1) Rappeler la loi de l'hydrostatique (avec ses hypothèses). En s'aidant d'un schéma, en déduire l'expression de la pression P(H) à une profondeur H dans l'océan en fonction de μ, g, H et P_0 .

2) Représenter graphiquement l'allure de la courbe P(H).

3) Application numérique : calculer la pression à 10 mètres de profondeur.

4) Quelle est la valeur numérique de la pente de la droite P(H) ? La règle des plongeurs "1 bar tous les 10 mètres" est-elle valable ?

Exercice 4 Variations de pression dans un fluide incompressible

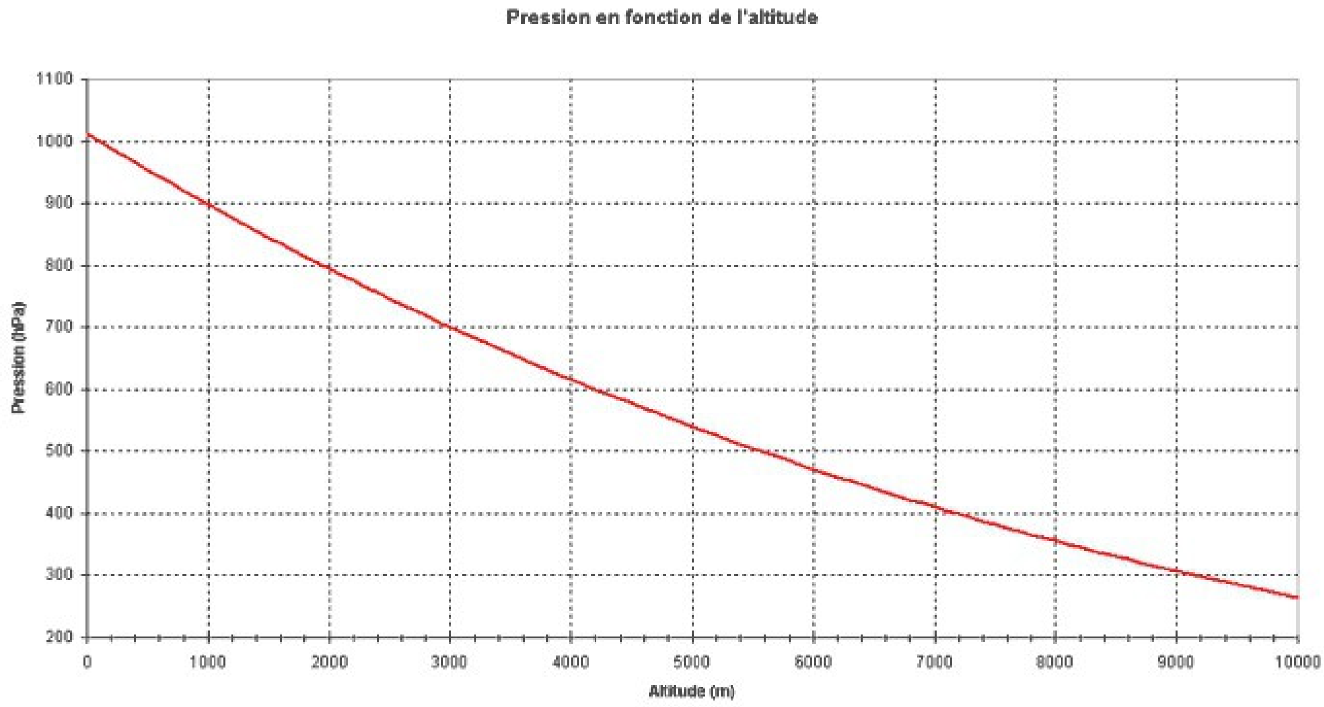


1) En supposant que les résultats de la statique s'appliquent à la situation représentée ci-contre, exprimer la pression à l'entrée de la pompe en fonction de P_{atm} (pression atmosphérique), μ (masse volumique du liquide incompressible), g et de la hauteur H.

2) Quelle hauteur H_{max} ne peut-on pas dépasser ? Application numérique.
Données : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ $\mu = 1{,}0.10^3\ kg.m^{-3}$ $P_{atm} = 1{,}0$ bar

Exercice 5 Pression atmosphérique

On a représenté ci-dessous les variations de pression dans l'atmosphère :



1) Pour quelle altitude la pression P atteint-elle la moitié de sa valeur au niveau du sol ?
2) Quelle est la valeur limite de la pression lorsque z tend vers $+\infty$?

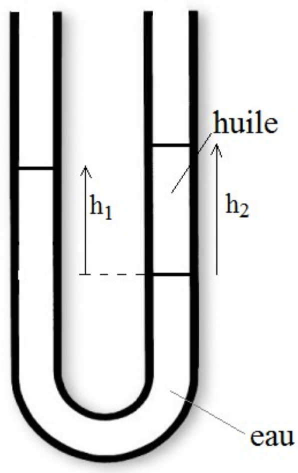
Exercice 6 Poussée d'Archimède

Données $\rho_{eau} = 1000\ kg.m^{-3}$
Dans les CNTP ($P = 1$ bar $T = 273$ K) la masse volumique de l'air est $\rho_{air} = 1{,}28\ kg.m^{-3}$
Masse volumique moyenne du corps humain : $\rho_{corps} = 985\ kg.m^{-3}$

1) Comparer l'intensité des forces suivantes :
- le poids d'un humain de 70 kg ($g = 9{,}8\ m.s^{-2}$)
- la poussée d'archimède qu'il subit lorsqu'il est entièrement immergé dans l'eau
- la poussée d'Archimède qu'il subit lorsqu'il est hors de l'eau (dans les CNTP)

2) Connaissez-vous des situations dans lesquelles la poussée d'Archimède de l'air ne peut pas être négligée ?

Travaux dirigés- Groupe A

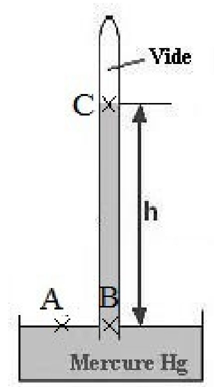


Exercice 7A Eau et huile
Dans un tube en U contenant initialement de l'eau, on verse d'un côté de l'huile d'olive. Lorsque l'ensemble est à l'équilibre, on mesure h_1 = 4,6 cm et h_2 = 5 cm.

Déduire de cette expérience la masse volumique μ_h de l'huile d'olive.

Donnée $\mu_{eau} = 1{,}00.10^3$ kg.m^{-3}

Exercice 8A Baromètre de Torricelli



Un tube en verre rempli de Mercure est retourné sur une cuve contenant ce même métal. On observe alors un déplacement du fluide qui fait apparaître un vide dans la partie haute du tube. La pression atmosphérique lors de l'expérience vaut 1,013 bar.

1) Calculer la hauteur h.

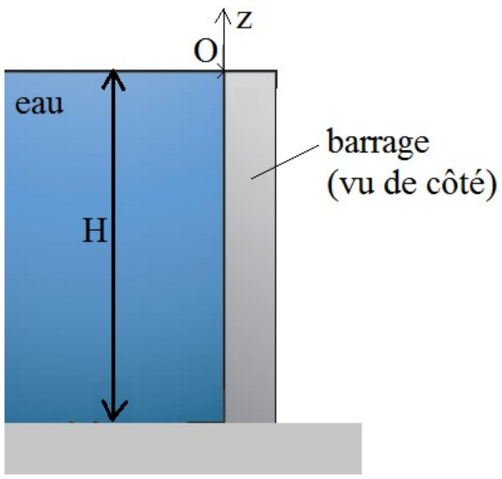
Données $\rho_{Hg} = 13{,}6\,g.cm^{-3}$, $g = 9{,}81\,m.s^{-2}$

2) Quelle serait la valeur de h si le Mercure était remplacé par l'eau ?

Lors des examens médicaux, la tension artérielle (écart entre la pression du sang dans les artères et la pression atmosphérique est mesurée en centimètres de Mercure (cmHg).
3) Quelle est la valeur en bar d'une tension artérielle de 12 cmHg ?

Exercice 9A Force de pression subie par un barrage
On étudie un barrage de longueur L = 100 m en contact avec un réservoir d'eau de profondeur H = 40 m. On souhaite calculer la force exercée par l'eau sur le barrage.

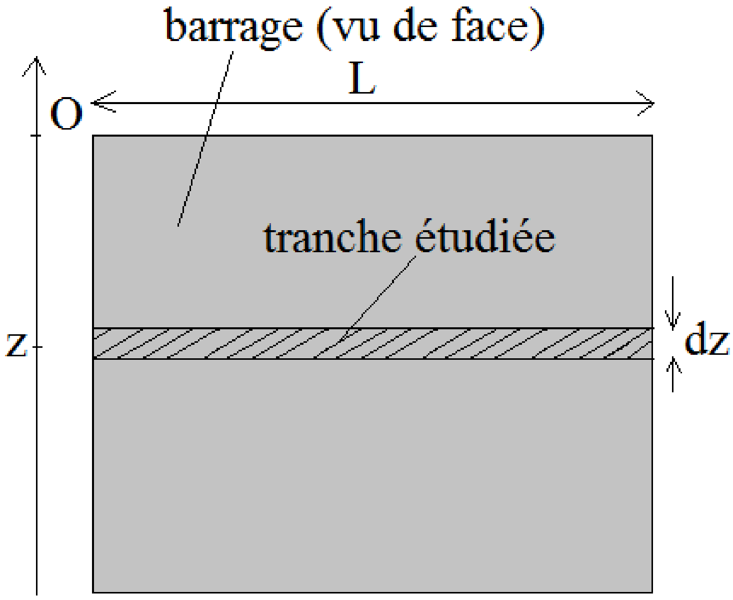
Données : $P_{atm} = 1.10^5$ Pa, g = 10 m.s^{-1}, $\mu_{eau} = 1.10^3$ kg.m^{-3}



1) Rappeler la loi de l'hydrostatique et les hypothèses nécessaires à son utilisation. En déduire l'expression de la pression P(z) dans l'eau (on prend comme origine la surface de l'eau, voir schéma).

2) Pourquoi ne peut-on pas utiliser "F = P.S" pour calculer la force exercée par l'eau sur le barrage ?

On s'intéresse à une tranche infinitésimale du barrage, située à une altitude z quelconque, de longueur L et de hauteur dz. Elle subit la pression P(z) de l'eau.



3) Exprimer la force infinitésimale dF exercée par l'eau sur cette tranche en fonction de P(z), L et dz. Exprimer ensuite dF en fonction de P_{atm}, μ_{eau}, g, z, L et dz.

La force totale subie par le barrage s'obtient en ajoutant les forces subies par toutes les tranches qui constituent le barrage : $F = \int_{z=?}^{?} dF$

4) Exprimer la force totale F exercée par l'eau sur le barrage. Application numérique.

5) En tenant compte de l'air présent de l'autre côté, calculer la force horizontale totale subie par le barrage.

<u>Exercice 10A</u> Montgolfière

Une montgolfière est constituée d'une enveloppe de volume V = 2000 m^3 remplie d'air chaud (T_1 = 80 °C) et d'une nacelle suspendue. La masse totale de la nacelle et de l'enveloppe est de 300 kg. Au niveau du sol, P_{atm} = 1013 hPa (l'intérieur et l'extérieur du ballon sont à la même pression). L'air extérieur est à T_0 = 10°C.

1) Calculer la masse d'air chaud, puis la masse totale de la montgolfière.

Donnée : M_{air} = 29,0 g.mol^{-1} , R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}

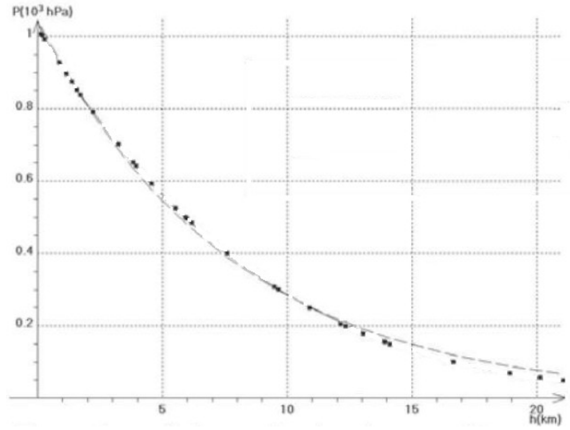
2) La montgolfière peut-elle décoller du sol dans ces conditions ?

Lorsque la montgolfière s'élève, la pression de l'air chaud qu'elle contient est égale à celle de l'air extérieur (grâce à l'ouverture à la base de l'enveloppe). On suppose l'atmosphère isotherme.

3) La pression atmosphérique est voisine de 500 hPa à 5500 m d'altitude. La montgolfière peut-elle se maintenir à cette altitude ?

Exercice 11A Pression dans la troposphère

Partie A Choix d'un modèle



Le graphe ci-contre permet de comparer les prévisions du modèle de l'atmosphère isotherme (pointillés) et les valeurs de pression mesurées par un ballon-sonde (points).

On indique ci-dessous des relevés de température effectués dans la troposphère (partie inférieure de l'atmosphère, qui s'étend jusqu'à 11 km d'altitude).

z (km)	0,5	2	3	4	6	7,5	9,5	11
T (°C)	24,0	16,0	7,5	2,0	-13,0	-24,0	-38,0	-48,0

A.1) Quelles critiques peut-on formuler vis-à-vis du modèle de l'atmosphère isotherme ?

A.2) A l'aide de la calculatrice, placer les points expérimentaux sur un graphe (T en fonction de z). Laquelle des modélisations suivantes vous semble la plus pertinente ?

$$T=T_0\alpha z \qquad T=T_0 e^{-\alpha z} \qquad T=T_0\frac{\alpha}{z} \qquad T=T_0-\alpha z$$

A.3) A l'aide de la calculatrice, déterminer les valeurs numériques de α et T_0 dans les unités SI.

Partie B Expression de la pression en fonction de l'altitude

B.1) Exprimer la masse volumique μ d'un gaz parfait en fonction de sa pression P, sa température T, sa masse molaire M et de la constante $R=8{,}314\ \mathrm{J.K^{-1}.mol^{-1}}$ des gaz parfaits.

B.2) Exprimer μ_{air} en fonction de P, M_{air}, R, T_0, α et z.

B.3) En partant de la relation fondamentale de la statique des fluides, montrer que la pression P(z) vérifie la relation suivante :

$$\ln(P(z))=C.\ln(T_0-\alpha z)+K$$

où C est une constante à exprimer en fonction de M_{air}, R, α et g
K est une constante à exprimer en fonction de P_0 (pression au niveau du sol), T_0 et C

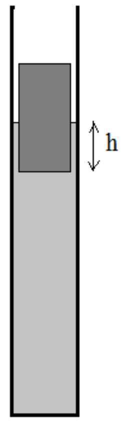
B.4) Exprimer P(z) sous la forme suivante, où z_c est une constante à exprimer en fonction de α et T_0 .

$$P(z)=P_0\left(1-\frac{z}{z_c}\right)^C$$

Calculer numériquement C (M_{air} = 29,0 g.mol^{-1}, g = 9,81 m.s^{-2}). Quelle est l'unité SI de la constante z_c ? Calculer la valeur numérique de z_c et commenter.

B.5) En effectuant un développement limité à l'ordre 1, simplifier cette expression à basse altitude ($z \ll z_c$). Faire de même dans le cas du modèle de l'atmosphère isotherme lorsque $z \ll \frac{RT_0}{M_{air}g}$, et comparer les deux expressions obtenues.

Exercice supplémentaire Bouchon de liège



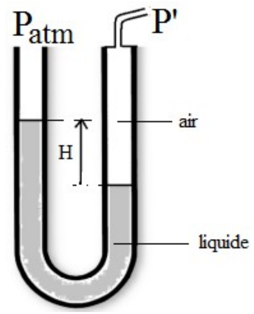
Un bouchon de liège cylindrique de hauteur $H = 5$ cm et de section $s = 2$ cm^2 est placé verticalement dans une éprouvette graduée également cylindrique, de diamètre légèrement supérieur. Les frottements sur les parois sont négligés. L'éprouvette contient une quantité suffisante pour que le bouchon flotte sans toucher le fond.

<u>Données</u> densité du liège 0,24

1) Déterminer la hauteur h de liège immergée.
2) On pose sur le bouchon une pièce de monnaie de masse $m = 6$ g. Quelle est la nouvelle hauteur immergée ?
3) Déterminer la période T_0 des petites oscillations du bouchon de liège (sans la pièce de monnaie) autour de sa position d'équilibre. Comment cette période évolue-t-elle lorsque l'on ajoute la pièce de monnaie ?

Travaux dirigés – Groupe B

Exercice 7B Principe du manomètre à colonne de liquide



On cherche à mesurer la pression P' de l'air à l'extrémité d'un tube en U, l'autre extrémité étant ouverte sur l'atmosphère. Le tube contient un liquide : on note H la dénivellation entre les surfaces du liquide.

On admettra que l'influence de l'altitude sur la pression de l'air peut être négligée tant que les variations d'altitude sont faibles devant 1 km.

P_{atm} = 1013 hPa   g = 9,81 m.s^{-2} μ_{eau} = 1000 kg.m^{-3} μ_{Hg} = 13,5 g.cm^{-3}

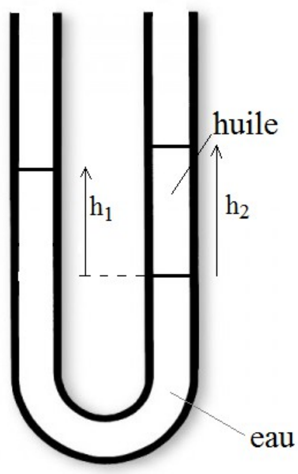
1) Rappeler la loi de l'hydrostatique. Quelles hypothèses le fluide doit-il vérifier pour que cette loi soit applicable ?

2) Exprimer la pression P' en fonction de P_{atm}, H, g et μ (masse volumique du liquide).

Lors d'une expérience avec un tube en U contenant de l'eau, on mesure H = 10 cm.

3) Calculer P '. Quelle serait la valeur de H si l'on remplace l'eau par du mercure ? Conclure sur les avantages respectifs de l'eau et du mercure dans ce dispositif.

Exercice 8B Eau et huile

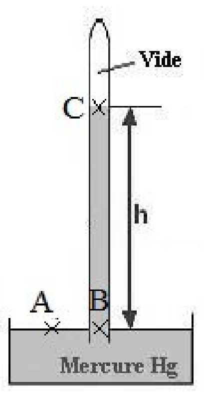


Dans un tube en U contenant initialement de l'eau, on verse d'un côté de l'huile d'olive. Lorsque l'ensemble est à l'équilibre, on mesure h_1 = 4,6 cm et h_2 = 5 cm.

Déduire de cette expérience la masse volumique μ_h de l'huile d'olive.

Donnée μ_{eau} = 1,00.10^3 kg.m^{-3}

Exercice 9B Baromètre de Torricelli



Un tube en verre rempli de Mercure est retourné sur une cuve contenant ce même métal. On observe alors un déplacement du fluide qui fait apparaître un vide dans la partie haute du tube. La pression atmosphérique lors de l'expérience vaut 1,013 bar.

1) Calculer la hauteur h.

Données $\rho_{Hg} = 13{,}6\,\mathrm{g.cm^{-3}}$, $g = 9{,}81\,\mathrm{m.s^{-2}}$

2) Quelle serait la valeur de h si le Mercure était remplacé par l'eau ?

Lors des examens médicaux, la tension artérielle (écart entre la pression du sang dans les artères et la pression atmosphérique est mesurée en centimètres de Mercure (cmHg).
3) Quelle est la valeur en bar d'une tension artérielle de 12 cmHg ?

Exercice 10B Ascension dans l'atmosphère

L'air atmosphérique est essentiellement composé de diazote N_2 (80%) et de dioxygène O_2 (20%).

Données : $M(N) = 14{,}0\ g.mol^{-1}$ $M(O) = 16{,}0\ g.mol^{-1}$
$g = 9{,}81\ m.s^{-2}$ $R = 8{,}31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

1) On donne généralement la valeur $M = 29\ g.mol^{-1}$ pour l'air : retrouver cette valeur à partir de la composition de l'air et des masses molaires fournies.

2) Pour $P_0 = 1{,}00$ bar au niveau du sol, calculer la pression à 1000 mètres d'altitude en supposant l'atmosphère isotherme à la température $T_0 = 10°C$ (utiliser sans démonstration l'expression obtenue en cours).

3) Représenter graphiquement l'évolution de la pression P en fonction de l'altitude z dans l'atmosphère isotherme. Par analogie avec le temps caractéristique τ d'un circuit RC, exprimer puis calculer numériquement la distance caractéristique L des variations de pression dans l'atmosphère.

Exercice 11B Montgolfière

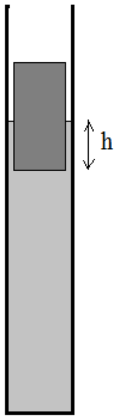
Une montgolfière est constituée d'une enveloppe de volume $V = 2000\ m^3$ remplie d'air chaud ($T_1 = 80\ °C$) et d'une nacelle suspendue. La masse totale de la nacelle et de l'enveloppe est de 300 kg. Au niveau du sol, $P_{atm} = 1013$ hPa (l'intérieur et l'extérieur du ballon sont à la même pression). L'air extérieur est à $T_0 = 10°C$.

1) Calculer la masse d'air chaud, puis la masse totale de la montgolfière.
Donnée : $M_{air} = 29{,}0\ g.mol^{-1}$, $R = 8{,}31\ J.K^{-1}.mol^{-1}$
2) La montgolfière peut-elle décoller du sol dans ces conditions ?

Lorsque la montgolfière s'élève, la pression de l'air chaud qu'elle contient est égale à celle de l'air extérieur (grâce à l'ouverture à la base de l'enveloppe). On suppose l'atmosphère isotherme.

3) La pression atmosphérique est voisine de 500 hPa à 5500 m d'altitude. La montgolfière peut-elle se maintenir à cette altitude ?

Exercice supplémentaire: Bouchon de liège



Un bouchon de liège cylindrique de hauteur $H = 5$ cm et de section $s = 2\ cm^2$ est placé verticalement dans une éprouvette graduée également cylindrique, de diamètre légèrement supérieur. Les frottements sur les parois sont négligés. L'éprouvette contient une quantité suffisante pour que le bouchon flotte sans toucher le fond.

Données densité du liège 0,24

1) Déterminer la hauteur h de liège immergée.
2) On pose sur le bouchon une pièce de monnaie de masse $m = 6$ g. Quelle est la nouvelle hauteur immergée ?
3) Déterminer la période T_0 des petites oscillations du bouchon de liège (sans la pièce de monnaie) autour de sa position d'équilibre. Comment cette période évolue-t-elle lorsque l'on ajoute la pièce de monnaie ?