

P3 - Relation de Bernoulli et applications - L'essentiel

- Relation de Bernoulli :

Pour un fluide **parfait**, **incompressible** et en **écoulement stationnaire**, entre deux points d'une même ligne de courant et en l'absence d'élément actif :

$$\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s \right) = \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e \right)$$

La quantité $\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} v^2 + g z$ est homogène à une énergie massique, en $J.kg^{-1}$

- En présence d'un élément actif (pompe, turbine...), on doit tenir compte du travail indiqué (travail reçu par le fluide de la part des pièces mécaniques mobiles : aubes, palettes...)

$$\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s \right) = \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e \right) + w_i$$

w_i : travail indiqué massique (en $J.kg^{-1}$) reçu par le fluide (algébrique)

$w_i > 0$ dans le cas d'une pompe, d'un compresseur...

$w_i < 0$ dans le cas d'une turbine

$w_i = 0$ en l'absence de pièces mécaniques mobiles

Puissance indiquée \mathcal{P}_i (en W, ou $J.s^{-1}$) : $\mathcal{P}_i = D_m w_i$

- Pour un fluide réel, on constate des pertes d'énergie (*pertes de charge*) dues à la viscosité du fluide :

$$\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s \right) = \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e \right) - \Delta e_{\text{pertes}}$$

$\Delta e_{\text{pertes}} > 0$ est la perte de charge exprimée en énergie massique ($J.kg^{-1}$)

On utilise souvent la perte de charge en pression ΔP_{pertes} ou la perte de charge en hauteur Δz_{pertes} :

$$\Delta e_{\text{pertes}} = \frac{\Delta P_{\text{pertes}}}{\rho} = g \cdot \Delta z_{\text{pertes}}$$

- Relation de Bernoulli généralisée, avec élément actif et pertes de charge :

$$\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s \right) = \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e \right) + w_i - \Delta e_{\text{pertes}}$$

Bilan de puissance :

$$D_m \left[\left(\frac{P_s}{\rho} + \frac{1}{2} v_s^2 + g z_s \right) - \left(\frac{P_e}{\rho} + \frac{1}{2} v_e^2 + g z_e \right) \right] = \mathcal{P}_i - \mathcal{P}_{\text{pertes}}$$

$\mathcal{P}_{\text{pertes}} = D_m \cdot \Delta e_{\text{pertes}}$ correspond à la puissance perdue par frottement à cause des pertes de charge