Corrigé

Exercice 6 : Dérivée partielle

1) V = nRT/P donc $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{nRT}{P^2}$
2) dV = $\frac{nR}{P}dT - \frac{nRT}{P^2}dP$ donc $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{nRT}{P^2}$
3) $\chi_T = \frac{nRT}{VP^2} = \frac{1}{P}$ en Pa^{-1}

Exercice 7 : Identité thermodynamique pour l'enthalpie massique

1) H = U + PV
2) dU = TdS – PdV donc dH = dU + PdV + VdP = TdS + VdP
3) dh = Tds + vdP

Exercice 8 : Etude d'une pompe à chaleur (Centrale 2016)

I.A.1.a) Premier principe : $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$ car il s'agit d'un cycle (état final = état initial)
Cette écriture ne dépend pas du caractère réversible ou irréversible de la transformation étudiée.

I.A.1.b) Second principe : $\Delta S = S_{éch} + S_{cr} = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0$ car il s'agit d'un cycle, et ce cycle est réversible ($S_{cr} = 0$)
Si le cycle n'était pas réversible, il faudrait modifier cette écriture en tenant compte de l'entropie créée.

I.A.2.a) La machine étudiée est une pompe à chaleur, qui fournit un transfert thermique à la source chaude en consommant un travail mécanique fourni par le compresseur et en recevant un transfert thermique de la part de la source froide. On en déduit les signes : $Q_c < 0$, $Q_f > 0$, $W > 0$

I.A.2.b) D'après le second principe $Q_c = -\frac{T_c}{T_f}Q_f$ donc $|Q_c| > |Q_f|$ (car $T_c > T_f$). La pompe fournit davantage d'énergie à la source chaude qu'elle n'en prend à la source froide. Le complément est fourni par le compresseur.

I.A.3.a) $\eta_{fc} = \frac{Q_f}{W} = \frac{Q_f}{-Q_f - Q_c} = \frac{Q_f}{-Q_f + \frac{T_c}{T_f}Q_f} = \frac{1}{\frac{T_c}{T_f} - 1}$

I.A.3.b) AN : avec $T_c = 299$ K et $T_f = 273$ K on obtient $\eta_{fc} = 10{,}5$

I.A.3.c) Les machines réelles actuelles ont une efficacité de l'ordre de 3 ou 4 ; le résultat obtenu a le bon ordre de grandeur, il est logique de trouver une valeur supérieure car on a fait l'hypothèse d'un cycle réversible (cycle idéal irréalisable).

I.A.4.a) $\eta_{cc} = \frac{-Q_c}{W} = \frac{-Q_c}{-Q_f - Q_c} = \frac{-Q_c}{\frac{T_f}{T_c}Q_c - Q_c} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}$

I.A.4.b) AN : on obtient $\eta_{cc} = 11{,}5$. Ce résultat est supérieur aux valeurs des machines réelles (COP de 3 à 4), mais présente le bon ordre de grandeur.

I.B.1.a) Premier principe : $dU = \delta W + \delta Q_f + \delta Q_c = 0$ (cycle infinitésimal)

I.B.1.b) Second principe : $dS = \delta S_{ech} + \delta S_{cr} = \frac{\delta Q_f}{T_f} + \frac{\delta Q_c}{T_c}$ (cycle infinitésimal réversible)

I.B.2.a) Le seau d'eau froide est en contact avec l'atmosphère, on peut donc lui appliquer le premier principe isobare : $dH_f = -\delta Q_f$ (signe - car le transfert thermique δQ_f est défini de la source froide vers le fluide) qui se réécrit $m_e c_e dT_f = -\delta Q_f$ ou encore $\delta Q_f = -m_e c_e dT_f$

I.B.2.b) Avec le même raisonnement, $\delta Q_c = -m_e c_e dT_c$ (m_e et c_e sont les mêmes pour les deux sources)

I.B.2.c) En utilisant le second principe, $0 = \frac{\delta Q_f}{T_f} + \frac{\delta Q_c}{T_c} = \frac{-m_e c_e dT_f}{T_f} + \frac{-m_e c_e dT_c}{T_c}$ donc $\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$

I.B.3.a) On observe une augmentation de T_c (échauffement de la source chaude), une diminution de T_f (refroidissement de la source froide), et $\sqrt{T_f T_c}$ semble constante, ce qui peut être justifié : $\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$ =>

$(dT_f).T_c + (dT_c)T_f = 0$ => $d(T_f T_c) = 0$ => $T_f T_c = cste$ donc $\sqrt{T_f T_c} = cste'$

On a la valeur de cette constante à l'instant initial : $\sqrt{T_f T_c} = \sqrt{T_0 T_0} = T_0$

I.B.3.b) Pour t > 1500 s on observe que T_f se stabilise. Cela est dû à la solidification de l'eau qui débute lorsque T_f atteint 0°C (le graphique indique bien une valeur proche de 273 K), et qui s'effectue ensuite à température constante. Le transfert thermique δQ_f "pris" à la source froide n'a plus d'influence sur la température T_f, mais provoque la solidification d'une masse élémentaire dm d'eau.

$\delta Q_f = -dm\, l_{sol} = +dm\, l_{fus}$ où l_{sol} est l'enthalpie massique de solidification de l'eau et l_{fus} l'enthalpie massique de fusion de la glace, et dm la masse élémentaire qui se solidifie au cours du cycle élémentaire considéré.