

Application directe du cours

**Exercice 1** Capacités thermiques d'un gaz parfait

1) A l'aide des relations valables pour un gaz parfait, exprimer  $C_p$  et  $C_v$  en fonction de  $n$ ,  $R$  et  $\gamma$ .

On utilise souvent les capacités thermiques massiques  $c_p = \frac{C_p}{m}$  et  $c_v = \frac{C_v}{m}$  (en  $J.K^{-1}.kg^{-1}$ )

2) Exprimer  $c_p$  et  $c_v$  en fonction de  $R$ ,  $\gamma$  et  $M$  (masse molaire du gaz).

3) Application numérique : calculer  $c_p$  et  $c_v$  pour l'air ( $M = 29,0 \text{ g.mol}^{-1}$ ,  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ )

**Exercice 2** Transformation adiabatique réversible

1) Que signifie *adiabatique* ?

2) Ecrire le second principe pour une transformation adiabatique et réversible.

3) Pourquoi utilise-t-on parfois le terme *isentropique* pour décrire ce type de transformation ?

**Exercice 3** Cycle de Carnot

Pour un cycle moteur *ditherme* (utilisant une source froide et une source chaude), le rendement ne peut pas dépasser celui du cycle de Carnot.

Au cours de ce cycle réversible idéal, un système fermé subit les transformations suivantes :

1=>2 : adiabatique réversible

2=>3 : isotherme réversible : au contact d'une source chaude de température  $T_C$ , le système reçoit un transfert thermique algébrique  $Q_C$

3=>4 : adiabatique réversible

4=>1 : isotherme réversible : au contact d'une source froide de température  $T_F$ , le fluide reçoit un transfert thermique algébrique  $Q_F$



Au cours d'un cycle complet, le fluide reçoit un travail algébrique noté  $W$

1) Sachant que ce cycle est celui d'un moteur thermique, indiquer sans démonstration le signe de  $Q_C$ ,  $Q_F$  et  $W$ . Exprimer le rendement  $\eta$  du cycle.

2) Exprimer  $\Delta U_{\text{cycle}}$  (variation d'énergie interne sur un cycle) en fonction de  $Q_F$ ,  $Q_C$  et  $W$ .

3) Exprimer grâce au second principe la variation d'entropie au cours de chaque transformation, puis exprimer  $\Delta S_{\text{cycle}}$  (variation d'entropie au cours d'un cycle) en fonction de  $Q_C$ ,  $T_C$ ,  $Q_F$  et  $T_F$ .

4)  $U$  et  $S$  sont des *fonctions d'état*, ce qui signifie que leur valeur ne dépend que de l'état dans lequel le système se trouve. Que peut-on en déduire pour  $\Delta U_{\text{cycle}}$  et  $\Delta S_{\text{cycle}}$  ?

5) Déduire de ce qui précède l'expression du rendement  $\eta_C$  du cycle de Carnot en fonction de  $T_C$  et  $T_F$  uniquement. Application numérique pour  $T_F = 20^\circ\text{C}$  et  $T_C = 300^\circ\text{C}$

**Exercice 4** Bouilloire électrique

Une bouilloire électrique (de capacité thermique négligeable) contient 2 L d'eau à une température initiale  $T_1 = 20\text{ °C}$ . On néglige les transferts thermiques avec l'air extérieur. La résistance chauffante située au fond de la bouilloire, en contact avec l'eau, est à la température  $T_R = 300\text{ °C}$ . Elle fournit à l'eau une puissance thermique  $\mathcal{P}_{th} = 1500\text{ W}$ .



Données : - capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_{eau} = 4,2 \cdot 10^3\text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$   
 - masse volumique de l'eau liquide  $\mu_{eau} = 1,0 \cdot 10^3\text{ kg.m}^{-3}$

- 1) Calculer numériquement la capacité thermique  $C$  de la quantité d'eau étudiée.
- 2) Quelle est la relation entre la puissance thermique  $\mathcal{P}_{th}$ , le transfert thermique  $Q$  reçu par l'eau et la durée de fonctionnement  $\Delta t$  de l'appareil ?
- 3) Appliquer le premier principe et en déduire la durée  $\Delta t$  nécessaire pour chauffer l'eau jusqu'à  $T_2 = 100\text{ °C}$ .

Pour la suite, on fournit l'expression de la variation d'entropie d'un liquide idéal :

$$\Delta S = S_2 - S_1 = C \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

- 4) Calculer numériquement  $\Delta S$  puis  $\mathcal{S}_{échangée}$  pour la transformation. En déduire  $\mathcal{S}_{créée}$  et conclure.

**Exercice 5** Compression isotherme d'un gaz

De l'air contenu dans une seringue, à la pression initiale  $P_1 = 1,0\text{ bar}$ , subit une compression lente : son volume varie de  $V_1 = 60\text{ mL}$  à  $V_2 = 30\text{ mL}$ . Pendant toute la transformation, la température du gaz reste égale à la température extérieure  $T_0 = 298\text{ K}$ . On utilise le modèle du gaz parfait diatomique.



Donnée variation d'entropie d'un gaz parfait :  $\Delta S = nR \left( \frac{1}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right)$

- 1) Exprimer la pression finale  $P_2$  en fonction de  $P_1$ ,  $V_1$  et  $V_2$ . Application numérique.
- 2) Exprimer le travail  $W$  en fonction de  $n, R, T_0, V_1$  et  $V_2$ , puis en fonction de  $P_1, V_1$  et  $V_2$ . Application numérique.
- 3) En appliquant le premier principe, calculer le transfert thermique  $Q$  reçu par le gaz.
- 4) En appliquant le second principe, calculer  $\mathcal{S}_{créée}$  et conclure ( $\gamma = 1,4$  pour un gaz parfait diatomique)

**Travaux dirigés**

**Exercice 5** Dérivée partielle

Le coefficient de compressibilité isotherme  $\chi_T$  est défini par  $\chi_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$ . On cherche à déterminer  $\chi_T$  pour un gaz parfait.

1 ) Exprimer V en fonction de n, R, T et P puis calculer  $\left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$  (dérivée partielle de V par rapport à la variable P, en considérant la variable T comme une constante).

2 ) En utilisant les règles du calcul différentiel, exprimer dV en fonction de dT et dP. L'expression obtenue est-elle cohérente avec le calcul de la question précédente ?

3 ) Exprimer  $\chi_T$  pour un gaz parfait. Quelle est son unité SI ?

**Exercice 6** Identité thermodynamique pour l'enthalpie massique

1 ) Rappeler la relation entre l'enthalpie H, l'énergie interne U, la pression P et le volume V d'un système.

2 ) En utilisant l'identité thermodynamique vue en cours, montrer que dH (variation élémentaire de H) peut s'exprimer à partir de T, V, dS et dP.

3 ) Réécrire cette relation *pour un système de masse unité* (autrement dit : en utilisant les grandeurs massiques).

**Exercice 7** Etude d'une pompe à chaleur (Centrale 2016)

Nous allons étudier une pompe à chaleur pédagogique : nous aborderons l'étude de la machine thermique en considérant dans un premier temps le système fermé constitué par le fluide caloporteur R134a.

Le dispositif comprend les différents organes mentionnés figure 2. Le fluide R134a est contenu dans un tuyau de cuivre parfaitement fermé. Sous forme gazeuse à la sortie du compresseur (point 2), il subit une liquéfaction au niveau du condenseur : le tuyau de cuivre prend la forme d'un serpentin plongé dans le seau de droite contenant de l'eau (figure 3). Le liquide subit ensuite une détente au niveau du détendeur (évolution de 4 à 5) avant de se vaporiser complètement au niveau de l'évaporateur : le tuyau de cuivre prend la forme d'un serpentin plongé dans le seau de gauche contenant de l'eau (figure 3). Il retourne à nouveau dans le compresseur (point 1) pour suivre un nouveau cycle.

On dispose de deux manomètres (basse pression et haute pression) permettant une mesure de pression relative ( $P_{rb}$  et  $P_{rh}$ ) ; pour obtenir la pression absolue on doit ajouter 1 bar. Ces manomètres présentent une double graduation pression relative et température.

On utilise un système d'expérimentation assistée par ordinateur afin de suivre l'évolution des températures  $T_i$  aux différents points et de la puissance  $\mathcal{P}$  consommée par le compresseur. Pour cette dernière, on utilise un wattmètre (figure 4) disposant d'une sortie en tension proportionnelle à la puissance mesurée.

On peut schématiser le fonctionnement de la pompe à chaleur sur le schéma d'ensemble donné figure 5.

On note les températures exprimées en °C avec la lettre  $\theta$  et celles exprimées en kelvin avec la lettre  $T$ .

**I.A – Modèle de Carnot**

Dans cette sous-partie I.A, on modélise la pompe à chaleur par une machine cyclique réversible ditherme de Carnot : au cours d'un cycle le fluide R134a reçoit le transfert thermique  $Q_f$  de la part de la source froide (à la température  $T_f$ ), le transfert thermique  $Q_c$  de la part de la source chaude (à la température  $T_c$ ) et le travail  $W$  de la part du compresseur. On suppose que toutes les évolutions sont réversibles.

- I.A.1)**
- a) Appliquer le premier principe au fluide R134a sur un cycle. L'écriture obtenue dépend-elle du caractère réversible des évolutions ?
  - b) Appliquer le second principe au fluide R134a sur un cycle. L'écriture obtenue dépend-elle du caractère réversible des évolutions ?

- I.A.2)**
- a) Donner, en le justifiant, le signe des grandeurs  $Q_f$ ,  $Q_c$  et  $W$ .
  - b) Comparer  $|Q_f|$  et  $|Q_c|$ . Commenter.

- I.A.3)** La pompe à chaleur est utilisée ici comme un réfrigérateur.
- a) Définir l'efficacité  $\eta_{fc}$  de cette machine et l'exprimer en fonction des températures des sources.
  - b) Faire l'application numérique avec  $\theta_c = 26^\circ\text{C}$  et  $\theta_f = 0^\circ\text{C}$ .
  - c) Commenter le résultat en se référant à un ordre de grandeur de l'efficacité d'une machine réelle actuelle.

- I.A.4)** La pompe à chaleur est utilisée ici comme un dispositif de chauffage.
- a) Définir l'efficacité  $\eta_{cc}$  de cette machine et l'exprimer en fonction des températures des sources.
  - b) Faire l'application numérique avec  $\theta_c = 26^\circ\text{C}$  et  $\theta_f = 0^\circ\text{C}$ . Commenter.

**I.B – Modèle des pseudo-sources**

Dans cette sous-partie I.B, on considère que les températures des sources, constituées des masses d'eau  $m_e$  contenues dans les seaux en plastique, varient au cours de l'expérience. On suppose également que toutes les évolutions sont réversibles. À la date  $t = 0$ , on met en marche la pompe à chaleur alors que les deux seaux contiennent chacun  $m_e = 4\text{ kg}$  d'eau à la même température  $T_0$ . On note  $c_e$  la capacité thermique massique de l'eau.

- I.B.1)**
- a) Appliquer le premier principe au fluide R134a pour un cycle infinitésimal.
  - b) Appliquer le second principe au fluide R134a pour un cycle infinitésimal.

- I.B.2)**
- a) Exprimer le transfert thermique élémentaire  $\delta Q_f$  reçu par le fluide de la part de la source froide en fonction de  $m_e$ ,  $c_e$  et  $dT_f$ , où  $dT_f$  est la variation élémentaire de température de la source froide.
  - b) Exprimer le transfert thermique élémentaire  $\delta Q_c$  reçu par le fluide de la part de la source chaude en fonction de  $m_e$ ,  $c_e$  et  $dT_c$ , où  $dT_c$  est la variation élémentaire de température de la source chaude.
  - c) En déduire la relation :  $\frac{dT_f}{T_f} + \frac{dT_c}{T_c} = 0$ .

- I.B.3)** Lors de l'expérience, on obtient les tracés de la figure 6 avec  $\theta_0 = 17^\circ\text{C}$ , où  $\theta_0$  représente la température initiale commune des deux seaux.
- a) Commenter l'allure des trois courbes du haut donnant les variations de  $T_c(t)$ ,  $T_f(t)$  et  $\sqrt{T_c(t)T_f(t)}$ . On commentera avec soin l'allure de cette dernière courbe.
  - b) Pour  $t > 1500\text{ s}$ , on observe que la température  $T_f$  ne varie plus. Quel phénomène se produit-il à partir de cette date ? Proposer une expression pour le transfert thermique infinitésimal  $\delta Q_f$  pour  $t > 1500\text{ s}$  ? Le candidat pourra introduire une ou plusieurs grandeurs qu'il définira soigneusement.

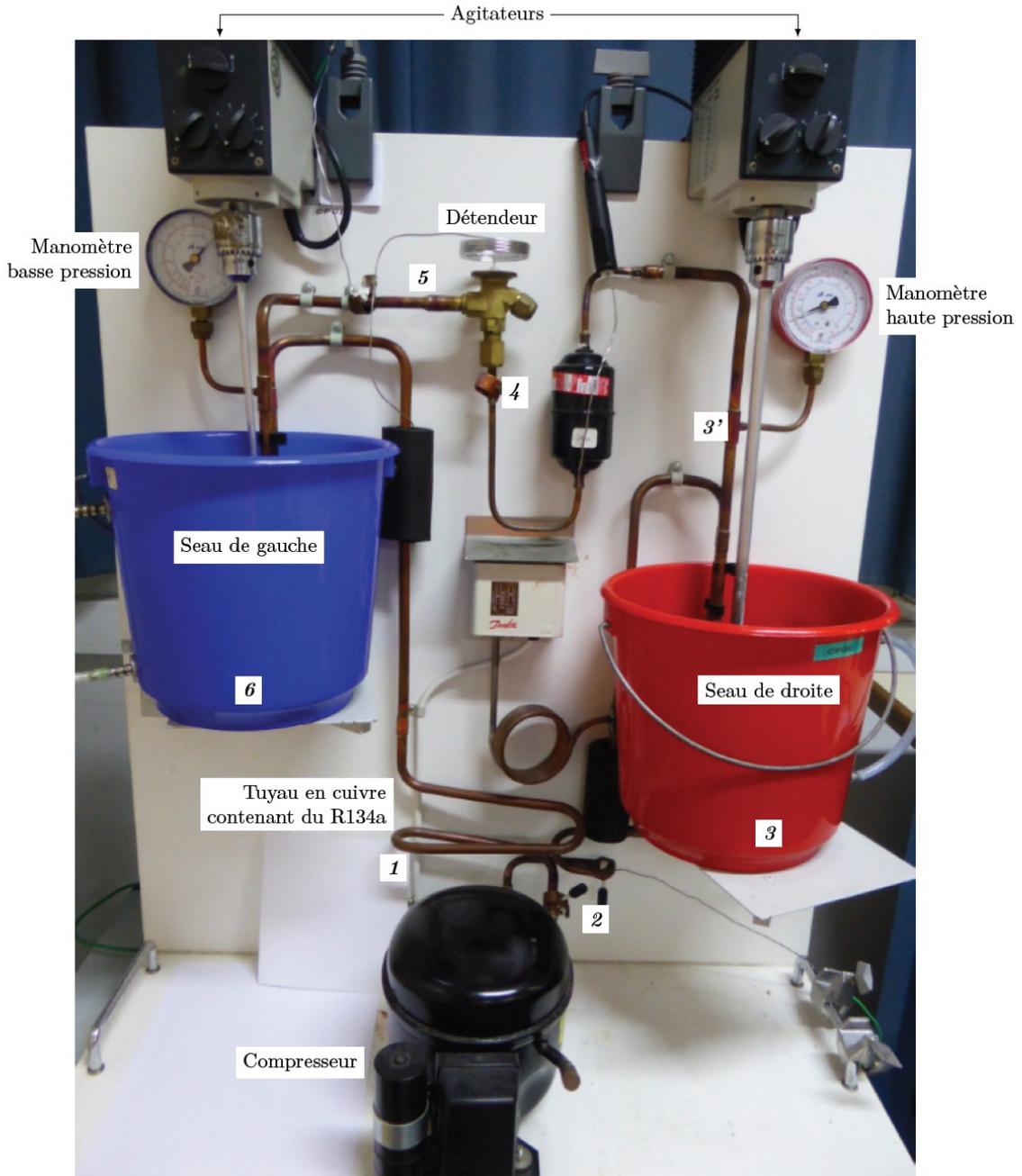


Figure 2 Vue d'ensemble de la pompe à chaleur



Serpentin évaporateur



Serpentin condenseur



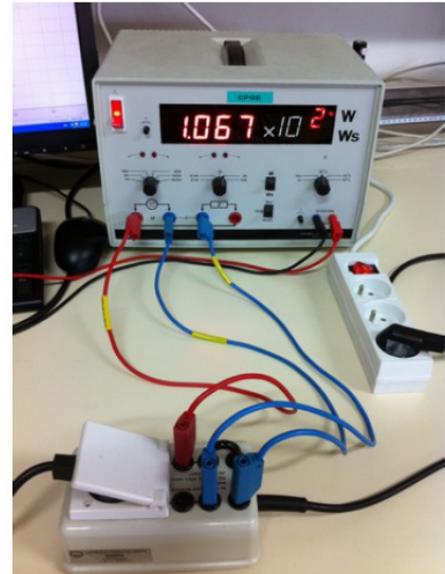
Manomètre basse pression ( $P_b$ )



Manomètre haute pression ( $P_h$ )



Pompe à chaleur avec dispositif d'acquisition



Wattmètre

Figure 4

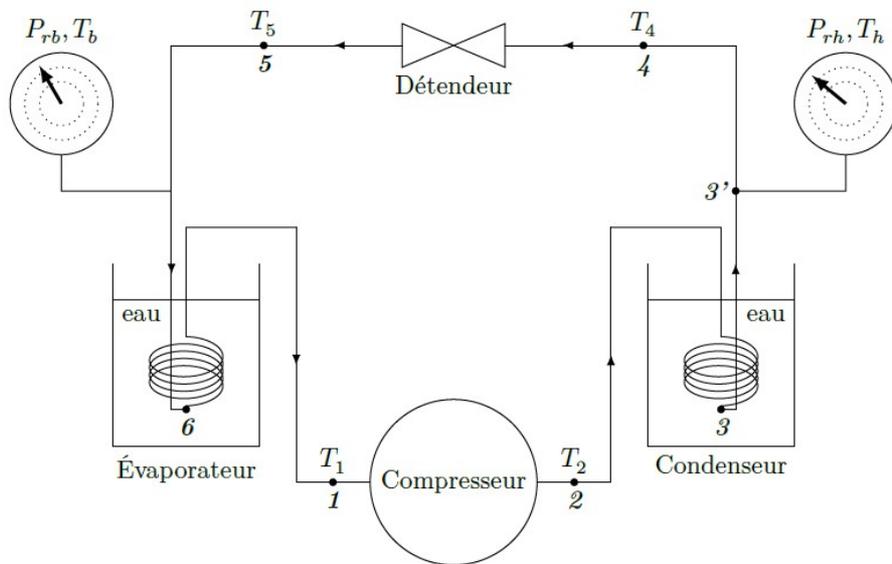


Figure 5 Schéma d'ensemble de la pompe à chaleur

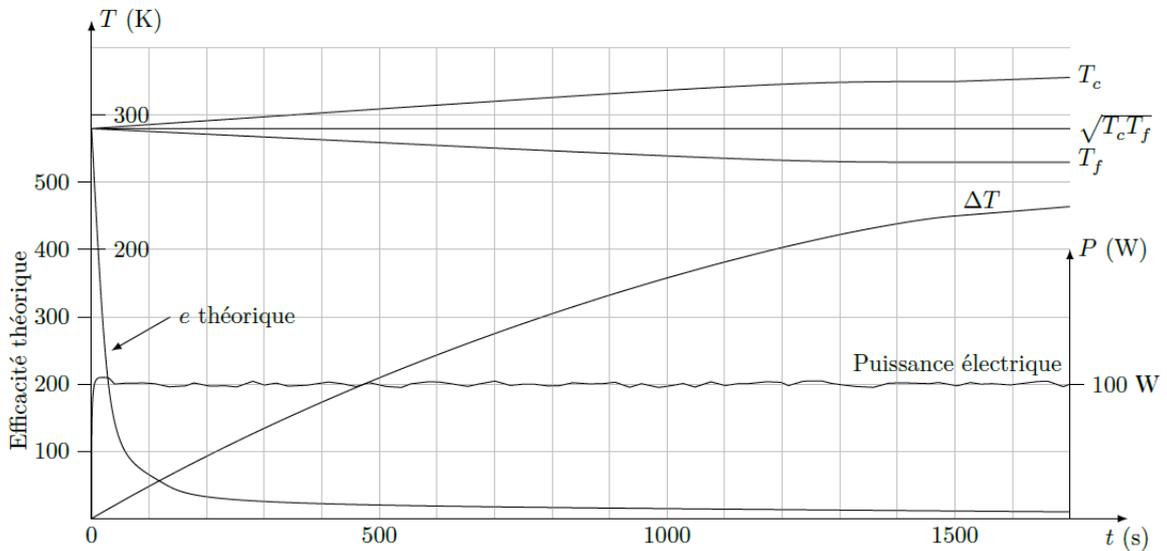


Figure 6 Courbes expérimentales