Exercices de révision - Mécanique (sans oscillations)
Corrigé

<u>Exercice 1</u> Plongeon **(sans calculatrice !)**

1) Forces : poids $\vec{P}=m\vec{g}=-mg\vec{u_z}$ ($\vec{u_z}$ vecteur unitaire de l'axe Oz)

2) Réponse e) $\ddot{z}=-g$ (attention : orientation de l'axe, et ne pas oublier m dans $\sum \vec{F}=m\vec{a}$)

3) Par intégration de l'équation différentielle, $\dot{z}(t)=-gt+K$ avec $\dot{z}(t=0)=K=0$ donc $\dot{z}(t)=-gt$

On en déduit $z(t)=\frac{-1}{2}gt^2+K'$ avec $z(t=0)=K'=h$ donc $z(t)=\frac{-1}{2}gt^2+h$

4) La durée t_c de la chute est telle que $z(t_c)=0$ (le plongeur atteint la surface) donc $t_c=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{2}=1{,}4\,\mathrm{s}$

5) On calcule $\dot{z}(t_c)=-gt_c=14\,\mathrm{m.s^{-1}}$

<u>Exercice 2</u> Tir parabolique **(sans calculatrice !)**

1) Schéma puis bilan des forces (seul le poids est à prendre en compte), on obtient en projection les équations différentielles $\ddot{x}=0$ et $\ddot{z}=-g$. On en déduit les équations du mouvement :
$\dot{x}(t)=K_1$ avec $\dot{x}(t=0)=K_1=v_0\cos\alpha$, on en déduit $x(t)=v_0.\cos\alpha.t+K_2$ avec $x(t=0)=K_2=0$

De même $\dot{z}(t)=-gt+K_3$ avec $\dot{z}(t=0)=K_3=v_0\sin\alpha$ on en déduit $z(t)=\frac{-1}{2}gt^2+v_0.\sin\alpha.t+K_4$ avec $z(t=0)=K_4=0$

2) $x(t)=v_0.\cos\alpha.t$ donc $t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$, donc $z(x)=\frac{-1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha}+\tan\alpha.x$

3) La portée d est atteinte lorsque $z(d)=0$ <=> $d=2\frac{v_0^2}{g}\sin\alpha\cos\alpha$

4) $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin(2\alpha)$ atteint son maximum pour $\alpha=\frac{\pi}{4}$ soit 45°.

5) Pour obtenir la vitesse initiale minimale, il faut se placer dans le cas $\alpha=\frac{\pi}{4}$ soit $2\sin\alpha\cos\alpha=1$

On obtient alors $v_0=\sqrt{dg}=5{,}5\,\mathrm{m.s^{-1}}$

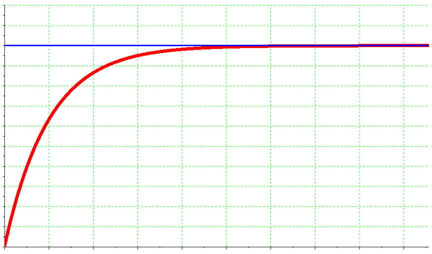
<u>Exercice 3</u> Force de frottement fluide

1) On a négligé la poussée d'Archimède. $\vec{P}=mg\vec{u_z}$ $\vec{F_f}=-\lambda v_z\vec{u_z}$

2) PFD : $m\ddot{z}=mg-\lambda v_z$ avec $\ddot{z}=\frac{dv_z}{dt}$ d'ù $\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}+\frac{\lambda}{m}v_z=g$ avec $\tau=\frac{m}{\lambda}$ et $v_0=\frac{mg}{\lambda}$

τ est le temps caractéristique du phénomène étudié, v_0 est la vitesse limite (pratiquement atteinte après 5τ...)

3) La résolution de l'équation différentielle donne $v_z(t)=v_0(1-e^{-t/\tau})$ en tenant compte des conditions initiales.



4) L'instant recherché est tel que $v_z(t_0)=0{,}95v_0$ <=> $e^{-t_0/\tau}=0{,}05$ <=> $t_0=-\ln 0{,}05.\tau=2{,}996\tau$ soit environ 3τ ou encore 15 secondes.