Exercices de révision - Mécanique (sans oscillations)

<u>Exercice 1</u> Plongeon **(sans calculatrice !)**

On étudie la chute d'un plongeur qui s'élance à une hauteur h = 10 m au-dessus de la surface de l'eau. La vitesse initiale est négligée, ainsi que les frottements. On choisit un axe Oz vertical ascendant, avec l'origine O du repère cartésien au niveau de la surface. Le plongeur est assimilé à son centre d'inertie.

Aides au calcul : $\sqrt{5} \simeq 2{,}2$ $\sqrt{2} \simeq 1{,}4$

1) Réaliser un schéma de la situation initiale puis effectuer un bilan des forces.
2) Quelle est l'équation différentielle correcte ?
a) $\ddot{z} = -mg$ b) $\ddot{z} = g$ c) $\ddot{z} = mg$ d) $m\ddot{z} = g$ e) $\ddot{z} = -g$

3) En déduire les expressions de $\dot{z}(t)$ et $z(t)$ ("équations horaires")
4) Calculer numériquement la durée de la chute (on prendra g = 10 $m.s^{-2}$)
5) Calculer numériquement la vitesse du plongeur lorsqu'il atteint la surface.

<u>Exercice 2</u> Tir parabolique **(sans calculatrice !)**

Un étudiant lance une boule de papier en direction d'une corbeille. Au moment où la boule de papier quitte la main, elle se trouve à la même altitude que l'ouverture de la corbeille, et la vitesse initiale $\vec{v_0}$ forme un angle α avec le sol. L'origine O du repère cartésien est prise à la position initiale, et la trajectoire est contenue dans le plan vertical Oxz.

Aide au calcul : $\sqrt{30} \simeq 5{,}5$

1) Etablir les équations horaires du mouvement x(t) et z(t).
2) En déduire l'équation de la trajectoire en exprimant <u>z en fonction de x</u>.
3) En supposant que le tir atteint la corbeille, exprimer la distance d (*portée*) qui sépare la position initiale et l'ouverture de la corbeille.
4) Pour une vitesse initiale v_0 donnée, quel angle α permet d'obtenir une portée maximale ?
5) Calculer la vitesse initiale minimale pour atteindre une portée de 3 m.

<u>Exercice 3</u> Force de frottement fluide (plus difficile)

Lorsqu'un bateau jette l'ancre, celle-ci pénètre dans l'eau sans vitesse initiale ; elle subit ensuite son poids $\vec{P}$, ainsi qu'une force de frottement fluide $\vec{F_f} = -\lambda \vec{v}$ où λ = 20 $kg.s^{-1}$ (on néglige la force exercée par la chaine qui relie l'ancre au bateau). On utilise un axe Oz <u>descendant</u> (vecteur unitaire $\vec{u_z}$). L'ancre possède une masse m = 100 kg.

On prendra g = 9,8 $m.s^{-1}$

1) Quelle autre force a-t-on négligée dans le bilan qui précède ? Exprimer $\vec{P}$ et $\vec{F_f}$ en utilisant m, g, λ, v_z et $\vec{u_z}$ (v_z est la composante de la vitesse sur Oz).
2) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_z sous la forme $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau} v_z = \frac{1}{\tau} v_0$ où l'on exprimera v_0 et τ en fonction des données. Quelle signification physique peut-on donner à τ et v_0 ?
3) Résoudre l'équation différentielle et représenter graphiquement l'allure de $v_z(t)$.

4) Calculer numériquement l'instant t_0 pour lequel v_z atteint 95% de la valeur de v_0 .