Question de cours Rappeler la relation entre l'amplitude instantantée s(M,t) et l'intensité I(M) d'une onde lumineuse. Quelle expression obtient-on pour une seule onde monochromatique ? Et pour deux ondes monochromatiques (formule de Fresnel) ?

Exercice 1 Gobelet auto-chauffant

Les gobelets auto-chauffants permettent de déguster une boisson chaude n'importe où : lorsque l'on appuie sur le piston situé au fond du gobelet, l'oxyde de calcium réagit fortement au contact de l'eau pour produire de l'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_{2(s)}$. La température de la boisson atteint 60°C.

<u>Données</u>
$M(Ca) = 40{,}0\ g.mol^{-1}$ $M(H) = 1{,}0\ g.mol^{-1}$ $M(O) = 16{,}0\ g.mol^{-1}$
$\Delta_f H^0(Ca(OH)_{2(s)}) = -986{,}6\ kJ.mol^{-1}$ $\Delta_f H^0(CaO_{(s)}) = -635{,}5\ kJ.mol^{-1}$
$\Delta_f H^0(H_2O_{(l)}) = -285{,}8\ kJ.mol^{-1}$ (enthalpies standard de formation à 298 K)
$c_{eau} = 4{,}2.10^3\ J.K^{-1}.kg^{-1}$ $\mu_{eau} = 1{,}0.10^3\ kg.m^{-3}$ $C_P^0(Ca(OH)_{2(s)}) = 87{,}5\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

1) Ecrire l'équation-bilan de la réaction qui se déroule dans la capsule auto-chauffante.

2) Calculer l'enthalpie standard de cette réaction. Le signe est-il cohérent avec le texte d'introduction ?

3) En négligeant la capacité thermique du contenu de la capsule, estimer les masses d'oxyde de calcium et d'eau nécessaires pour chauffer 25 cL de café de 20°C à 60°C (on précisera les hypothèses effectuées).

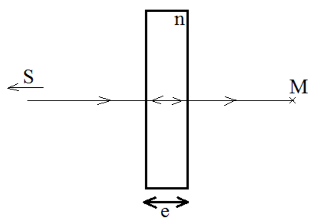
4) Calculer la capacité thermique du contenu de la capsule en fin de réaction ; l'approximation de la question précédente était-elle justifiée ?

Exercice 2 Fente simple et traversée d'une lame mince

En éclairant une fente de largeur d = 0,150 mm à l'aide d'un laser, on a observé la figure ci-dessous sur un écran situé à une distance D = 340 ± 1 cm de la fente.

Pour calculer l'incertitude sur une valeur $Z=\frac{X}{Y}$, on donne la formule $\frac{\Delta Z}{Z}=\sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2+\left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2}$

1) Déterminer la largeur L de la tache centrale de diffraction et estimer l'incertitude ΔL associée.
2) En déduire la longueur d'onde λ du laser utilisé et l'incertitude Δλ sur cette valeur (on néglige l'incertitude sur la largeur d de la fente).
3) Cette mesure permet-elle de déterminer si la source utilisée est un laser Helium-Néon (λ = 632,8 nm) ou une diode laser (λ = 650 nm) ?



On prendra pour la suite la valeur λ = 632,8 nm. On étudie le passage du faisceau laser, à travers une lame d'indice n = 1,50 et d'épaisseur e = 21,72 µm .
4) Exprimer la différence de marche δ(M) entre le rayon qui traverse la lame sans réflexion et le rayon qui subit deux réflexions dans la lame.
5) Les interférences entre ces deux rayons sont-elles constructives ou destructives ?

3TSI - Physique-Chimie - Colle 10a
Corrigé

Question de cours $I(M)=\langle s^2(M,t)\rangle$ Pour une onde monochromatique avec une amplitude instantanée $s(M,t)=s_0\cos(\omega t-\phi(M))$, on obtient $I(M)=\frac{1}{2}(s_0)^2$

Pour deux ondes de même fréquence et d'intensités I_1 et I_2 : $I(M)=I_1+I_2+2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi(M))$

Exercice 1 Gobelet auto-chauffant

1) $CaO_{(s)} + H_2O_{(l)} = Ca(OH)_{2(s)}$
2) $\Delta_r H^0 = - \Delta_f H^0(CaO_{(s)}) - \Delta_f H^0(H_2O_{(l)}) + \Delta_f H^0(Ca(OH)_{2(s)}) = - 65{,}4$ kJ.mol^{-1}
3) On considère le système {capsule chauffant + boisson}, on le suppose adiabatique (réaction rapide) et isobare.
On a alors $\Delta H=0=x_F\Delta_r H^0+C_{P,f}(T_f-T_i)$ avec $C_{P,f} = m_{café}\, c_{café} \sim \mu_{eau}\, V_{café}\, c_{eau}$ (café assimilé à l'eau)
On en déduit $x_F=\frac{-C_{P,f}(T_f-T_i)}{\Delta_r H^0}=0{,}64\,mol$, avec un tableau d'avancement on en déduit m_{H2O} = 11,5 g et m_{CaO} = 36 g

4) La capacité thermique de l'hydroxyde de calcium (seule espèce présente à la fin car la réaction est totale) vaut $x_F\, C_P^0(Ca(OH)_{2(s)})$ = 42 J.K^{-1}, elle est faible comparée à celle de la boisson (1,0.10^3 J.K^{-1}), l'approximation était raisonnable.

Exercice 2 Traversée d'une lame mince

1) L = 29±3 mm
2) $\theta=\frac{\lambda}{d}$ et $\theta=\frac{L}{2D}$ donc $\lambda=\frac{Ld}{2D}=630\text{ nm}$ et $\Delta\lambda=\lambda.\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2+\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2}=65\text{ nm}$
3) Les deux valeurs sont dans l'intervalle de confiance 630±65 nm. La mesure n'est pas assez précise pour déterminer le type de laser utilisé.
4) $\delta(M)=2ne$ (le deuxième rayon parcourt une distance 2.e dans la lame d'indice n)
5) Ordre d'interférences $p=\frac{\delta(M)}{\lambda}=103$ entier, les interférences sont constructives (on peut aussi calculer le déphasage $\Delta\varphi$ et diviser par 2π).

Question de cours Démontrer la relation fondamentale des réseaux de diffraction

Exercice 1 Fondue au chocolat

Le kit étudié ici utilise une bougie chauffe-plat placée sous une petite casserole qui contient du chocolat. Le principal constituant de la bougie chauffe-plat est la paraffine de formule $C_{25}H_{52}$. Le vendeur du kit promet "une fondue prête en moins de 3 minutes", et le fabricant de la bougie garantit une durée d'utilisation supérieure à 6 heures.

Données $\Delta_f H^0(CO_{2(g)}) = -393{,}5\ kJ.mol^{-1}$ $\Delta_f H^0(H_2O_{(g)}) = -241{,}8\ kJ.mol^{-1}$
Caractéristiques de la bougie : diamètre 39 mm, hauteur 17,5 mm, masse 18,0 g
Capacité thermique massique du chocolat : $c_{choco} = 2{,}7.10^3\ J.K^{-1}.kg^{-1}$
$M(C) = 12\ g.mol^{-1}$ $M(H) = 1\ g.mol^{-1}$

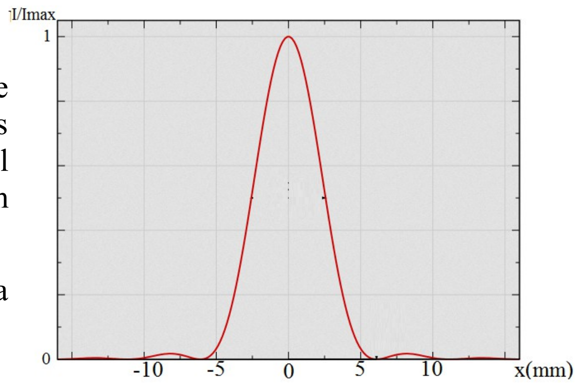
1) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de combustion (rapportée à une mole de paraffine solide).

2) On donne $\Delta_r H^0 = -16284\ kJ.mol^{-1}$ pour cette réaction ; en déduire la valeur de l'enthalpie de formation de la paraffine $\Delta_f H^0(C_{25}H_{52(s)})$.

3) En précisant les hypothèses effectuées, estimer la masse de paraffine consommée pour chauffer 100 g de chocolat jusqu'à 55 °C.

4) Peut-on espérer, comme promis, avoir "une fondue prête en moins de 3 minutes" ?

Exercice 2 Diffraction par une ouverture circulaire



On éclaire à l'aide d'un laser de longueur d'onde $\lambda = 532$ nm une ouverture circulaire de diamètre d = 100 µm (les incertitudes relatives sur λ et d sont très faibles). On donne ci-contre le profil d'intensité lumineuse sur un écran à une distance D = 94,2±0,5 cm de l'ouverture.

Pour calculer l'incertitude sur une valeur $Z=\frac{X}{Y}$, on donne la formule $\frac{\Delta Z}{Z}=\sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2+\left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2}$

1) Evaluer la largeur L de la tache centrale de diffraction et estimer l'incertitude ΔL.

2) Pour une ouverture circulaire, l'angle de diffraction suit une loi du type $\theta=K\frac{\lambda}{d}$ où K est une constante sans dimension. Déterminer K à partir de l'expérience et calculer l'incertitude ΔK associée.

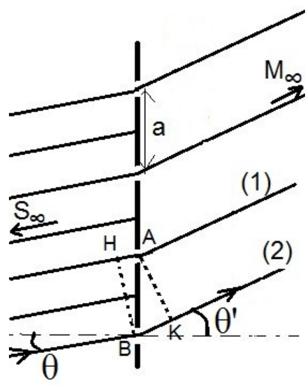
3) La valeur de référence K = 1,22 est-elle compatible avec votre résultat ?

L'ouverture circulaire est ensuité remplacée par deux trous d'Young séparés d'une distance a = 150 µm. Dans cette situation, la différence de marche entre les rayons issus des deux fentes en un point M d'abcisse x est donnée par $\delta(M)=\frac{ax}{D}$

4) À 5,0 mm du centre de l'écran, observe-t-on des interférences constructives ou destructives ?

5) À quelle distance du centre de l'écran observe-t-on la première frange sombre d'interférences ?

3TSI - Physique-Chimie - Colle 10b
Corrigé



Question de cours La différence de marche vaut $\delta(M)=(SM)_2-(SM)_1$ mais on a (SH) = (SB) et (AM) = (KM) (justification : en considérant le trajet inverse de la lumière, A et K seraient sur une surface d'onde de M).

On a donc $\delta(M)=BK-HA=a\sin\theta'-a\sin\theta$

On observe des interférences constructives <=> $\frac{\delta(M)}{\lambda_0}=p$ avec $p\in\mathbb{Z}$

Cette condition peut s'écrire $\sin\theta'-\sin\theta=p\frac{\lambda_0}{a}$, p est l'ordre d'interférences.

Exercice 1 Fondue au chocolat

1) $C_{25}H_{52(s)} + 38\ O_{2(g)} = 25\ CO_{2(g)} + 26\ H_2O_{(g)}$

2) $\Delta_rH^0 = -\ \Delta_fH^0(C_{25}H_{52(s)}) - 38\ \Delta_fH^0(O_{2(g)}) + 25\ \Delta_fH^0(CO_{2(g)}) + 26\ \Delta_fH^0(H_2O_{(g)})$

Donc $\Delta_fH^0(C_{25}H_{52(s)}) = -\ \Delta_rH^0 - 38\ \Delta_fH^0(O_{2(g)}) + 25\ \Delta_fH^0(CO_{2(g)}) + 26\ \Delta_fH^0(H_2O_{(g)}) = 159{,}7\ kJ.mol^{-1}$

3) Pour une combustion isotherme et isobare , $Q=\Delta H=x_F.\Delta_r H^0=\frac{m}{M}\Delta_r H^0$ où m est la masse de bougie consommée et M la masse molaire de la paraffine

Le chocolat reçoit un transfert thermique $-Q=C\Delta T=m_{choco}c_{choco}(T_f-T_i)$ (on suppose que l'énergie libérée par la combustion est entièrement transférée au chocolat)

On a donc $m=-M\frac{m_{choco}c_{choco}(T_f-T_i)}{\Delta_r H^0}$ avec T_i = 20°C et T_f= 55°C on obtient m = 0,20 g.

4) D'après la durée de vie de la bougie (6h) et sa masse (18 g), la combustion s'effectue au rythme de 3 $g.h^{-1}$ soit 0,05 $g.min^{-1}$. En 3 minutes, seulement 0,15 g auront été consommés, l'énergie libérée ne sera pas suffisante pour amener le chocolat à la température voulue. Remarque : tous les phénomènes négligés (pertes thermiques, capacité thermique de la casserole, durée de vie supérieure à 6 heures, additifs dans la bougie...) ont tendance à diminuer la température atteinte au bout de 3 minutes.

Exercice 2 Diffraction par une ouverture circulaire

1) On estime L = 12±1 mm.

2) $\theta=K\frac{\lambda}{d}$ et $\theta=\frac{L}{2D}$ donc $K=\frac{d.L}{2\lambda D}=1{,}19$ et $\Delta K=K.\sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2+\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2}=0{,}10$

3) 1,22 est dans l'intervalle de confiance (K = 1,19 ±0,10)

4) $\frac{\delta(M)}{\lambda}=1{,}5=1+\frac{1}{2}$, ordre d'interférence demi-entier, interférences destructives.

5) La première frange sombre correspond à $\delta(M)=\frac{\lambda}{2}$ d'où $x=1{,}7\,\text{mm}$

Question de cours Qu'appelle-t-on le "temps de cohérence" τ_c d'une source lumineuse ? Rappeler l'ordre de grandeur de τ_c pour une ampoule à incandescence, une lampe spectrale, un laser. Quelle est la relation entre τ_c et la largeur spectrale en fréquence Δf ?

Exercice 1 Poche de froid instantané

Les poches de froid instantané ou "cold pack" sont utilisées dans les activités sportives pour soulager la douleur et limiter la formation d'un hématome après un choc. Une fois comprimée et agitée, la température de la poche atteint - 4°C.

<u>Données</u> L'ion nitrate a pour formule NO_3^- $c_{eau} = 4{,}2\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$
$M(N) = 14\ g.mol^{-1}$ $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$ $M(H) = 1{,}0\ g.mol^{-1}$

1) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de dissolution du nitrate d'ammonium $NH_4NO_{3(s)}$ dans l'eau.

2) On trouve dans les tables de référence la valeur 321 $kJ.kg^{-1}$ pour l'"enthalpie massique de dissolution" du nitrate d'ammonium. En déduire la valeur de l'enthalpie standard Δ_rH^0 de la réaction étudiée.

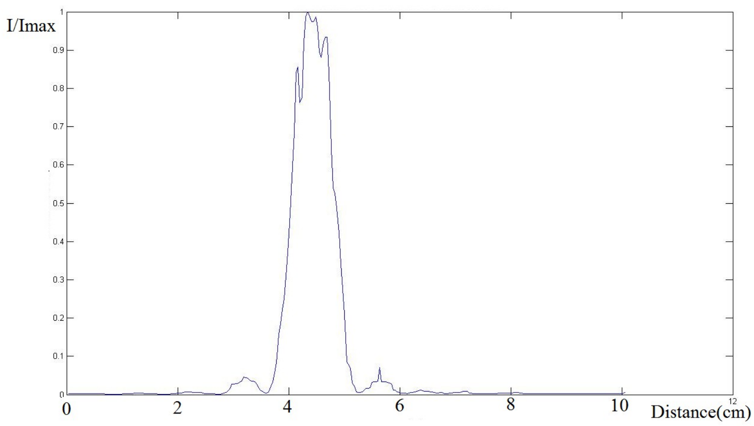
La solution obtenue possède une capacité thermique voisine de celle de l'eau qu'elle contient ; en revanche, sa température de solidification est sensiblement inférieure à celle de l'eau pure.

3) La poche contient initialement 250 g de nitrate d'ammonium et 500 mL d'eau à 20°C. Estimer la température finale en précisant les hypothèses effectuées.

4) En pratique, la température se stabilise à - 4°C, quelles que soient les conditions d'utilisation (agitation plus ou moins forte, température initiale plus ou moins élevée...). Quelle explication proposez-vous ?

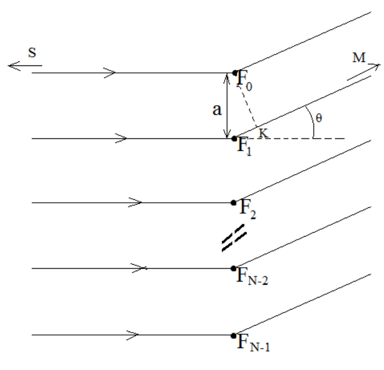
Exercice 2 Caractérisation d'un tissu

Afin de déterminer le diamètre d'un fil, on l'éclaire avec un laser He-Ne ($\lambda = 632{,}8$ nm). La figure de diffraction est formée sur un écran à une distance $D = 15{,}5 \pm 0{,}5$ cm. Après étalonnage, une webcam permet d'obtenir le profil d'intensité ci-contre.



Pour l'incertitude sur $Z = \frac{X}{Y}$ on donne la formule : $\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta X}{X}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y}{Y}\right)^2}$

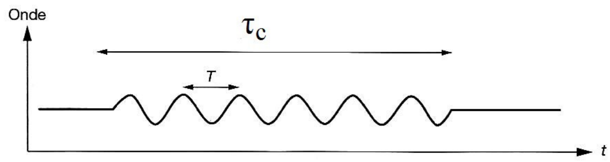
1) Evaluer la largeur L de la tache centrale de diffraction et estimer l'incertitude ΔL.
2) Déterminer le diamètre d du fil de soie et calculer l'incertitude Δd.
3) S'agit-il d'un fil d'araignée (diamètre 5 à 8 µm) ou d'un fil de soie (diamètre 12 à 15 µm) ?



On éclaire un tissu formé de fils régulièrement espacés d'une distance a inconnue. On observe les interférences à grande distance : les rayons sont parallèles entre eux et forment un angle θ avec le faisceau laser incident. La différence de marche entre les rayons provenant de deux fils voisins est donnée par $\delta(M) = a.\sin(\theta)$

4) Exprimer le déphasage $\Delta\varphi$ entre deux rayons voisins. Pour quelles valeurs de $\Delta\varphi$ observe-t-on des interférences constructives entre tous les rayons ?
5) On observe l'ordre 1 d'interférences pour $\theta = 1{,}2.10^{-3}$ rad. En déduire la distance a qui sépare deux fils.

3TSI - Physique-Chimie - Colle 10c
Corrigé



Question de cours Les sources lumineuses émettent des trains d'onde de durée τ_c (temps de cohérence), liée à leur largeur spectrale : $\Delta f . \tau_c \simeq 1$

Ordres de grandeur à connaître
- lampe à incandescence (lumière blanche) : $\tau_c \sim 1.10^{-14}$ s
- lampe spectrale (vapeur de sodium, de mercure...) : $\tau_c \sim 1.10^{-11}$ s
- laser : $\tau_c \sim 1.10^{-8}$ s

Exercice 1 Poche de froid instantané

1) $NH_4NO_{3(s)} = NH_4^+{}_{(aq)} + NO_3^-{}_{(aq)}$
2) $\Delta_r H^0 = \Delta h_{dissolution} . M_{NH4\,NO3} = 320.10^3.(2*14+3*16+4*1).10^{-3} = 2{,}56.10^4\,\mathrm{J.mol^{-1}} = 25{,}6\,\mathrm{kJ.mol^{-1}}$ (>0 cohérent avec une réaction endothermique, qui ra tendance à refroidir le milieu réactionnel)
3) En supposant la réaction adiabatique (transferts thermiques avec l'extérieur négligés) et isobare (le mélange reste à pression atmosphérique car la poche est souple), $\Delta H = 0 = x_F \Delta_r H^0 + C_{P,f}(T_f - T_i)$
avec $C_{P,f} = m_{eau}\, c_{eau} = 2{,}1\ \mathrm{kJ.K^{-1}}$, $x_F = m_{NH4NO3}/M_{NH4NO3} = 3{,}1$ mol
On a $T_f = T_i - \dfrac{x_F \Delta_r H^0}{C_{P,f}} = -18\,°C$
4) Comme cette température est indépendante des conditions initiales, il s'agit très probablement de la température de solidification de la solution : on obtient un mélange liquide/solide qui possèdera toujours la même température. Elle est inférieure à 0°C, conformément à ce qu'affirme l'énoncé un peu plus haut.

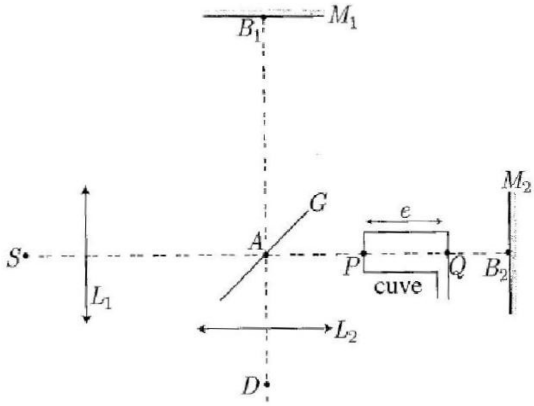
Exercice 2 Caractérisation d'une soie

1) On lit graphiquement L = 1,7±0,1 cm
2) $\theta = \dfrac{\lambda}{d}$ et $\theta = \dfrac{L}{2D}$ donc $d = \dfrac{2\lambda D}{L} = 11{,}5\ \mu\mathrm{m}$ et $\Delta d = d . \sqrt{\left(\dfrac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\dfrac{\Delta L}{L}\right)^2} = 0{,}8\ \mu\mathrm{m}$
3) En tenant compte de l'incertitude, la valeur est compatible avec l'intervalle fourni pour un fil de soie.
4) $\Delta\phi = 2\pi \dfrac{\delta(M)}{\lambda} = 2\pi \dfrac{a \sin\theta}{\lambda}$ Interférences constructives si $\Delta\phi = p.2\pi$ avec p entier (si deux rayons voisins sont en phase, tous les rayons sont en phase).
5) $\Delta\phi = 2\pi \dfrac{a \sin\theta}{\lambda} = 2\pi$ (ordre p = 1) donc $a = \dfrac{\lambda}{\sin\theta} = 0{,}52\,\mathrm{mm}$

3TSI - Physique-Chimie - Colle 10
Exercices supplémentaires

Exercice Mesure de l'indice d'un gaz

On utilise le dispositif représenté ci-contre pour étudier le comportement d'un gaz. La source S est considérée comme monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 632{,}8\,nm$ et la cuve possède une longueur $e = 10{,}0\,cm$.

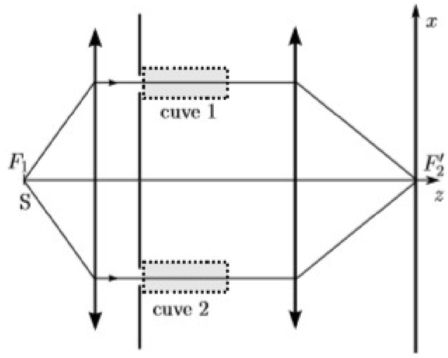


Au départ, on fait le vide dans la cuve et on règle la position des miroirs pour avoir une différence de marche nulle entre les deux trajets. On remplit ensuite lentement la cuve avec le gaz étudié.

Initialement (cuve vide), l'intensité est maximale. Au cours du remplissage de la cuve, on observe 100 passages par un maximum.

Déterminer l'indice de réfraction du gaz à la fin du remplissage.

Exercice Trous d'Young et mesure d''indice



On considère le montage des trous d'Young ci-contre. Le milieu est de l'air d'indice n_0. La source S est supposée monochromatique (λ_0 = 633nm) et ponctuelle. Les lentilles sont utilisées dans les conditions de Gauss. On note I_0 l'intensité émise par chacun des deux trous. Les deux cuves sont identiques, de longueur L = 50cm. Elles sont initialement maintenues sous vide (donc en pratique, sous très basse pression). Puis on remplie la seconde cuve avec un gaz, dont on veut déterminer l'indice de réfraction n_2 en faisant passer la pression de ~ 0 bar à 1bar. On mesure une succession de K = 231 maxima d'intensité lors du remplissage. En déduire l'indice optique du gaz.

Exercice Ecart angulaire entre deux étoiles

Des trous d'Young (A et B) d'écartement a réglable sont éclairés par deux étoiles S et S' (assimilées à deux sources ponctuelles à l'infini, séparées d'un petit angle α).

La lumière est filtrée, on la considère comme monochromatique de longueur d'onde λ = 590 nm. On observe les interférences sur un écran placé à une distance D = 2,0 m des trous. On note I_0 l'intensité des ondes émises par chacun des trous (on suppose que les deux étoiles présentent la même luminosité).

La position du point M est repérée par son abscisse x, mesurée à partir du centre O de l'écran (situé face au milieu des trous).

1) Pour la source S supposée seule, exprimer l'intensité I(M) en fonction de I_0, x, D, a et λ. Déterminer l'expression de l'interfrange i. AN : calculer i pour a = 100 µm.
2) Exprimer la différence de marche δ'(M) pour S' supposée seule (on fera intervenir l'angle α). En déduire l'intensité I '(M) obtenue avec S' seule. L'interfrange est-il le même que dans le cas de S seule ?
3) Exprimer l'intensité $I_{tot}(M)$ obtenue sur l'écran.
4) Pour quelle(s) valeur(s) de a observe-t-on un éclairement uniforme sur l'écran (contraste nul) ?
5) On constate que la plus petite valeur de a qui donne un contraste nul vaut a_0 = 2,5 cm ; en déduire la distance angulaire α entre les deux étoiles. A l'oeil nu, voit-on deux étoiles ou une seule ? (pouvoir de résolution de l'oeil humain : 3.10^{-4} rad)

3TSI - Physique-Chimie - Colle 10
Exercices supplémentaires - Corrigé

Exercice Mesure de l'indice d'un gaz

$\delta(D) = -2\ AB_1 + 2\ AP + 2(PQ) + 2\ QB_2$

Initialement, la cuve est vide donc (PQ) = PQ et $\delta(D) = 0$

Ensuite lors du remplissage (PQ) devient n,PQ donc $\delta'(D) = 2(n-1).e$

On fait défiler les franges d'interférences de p = 0 à p = 100 avec $p = \delta'(D)/\lambda_0$

alors $n = 1 + 100.\lambda_0/2e = 1{,}00032$: il s'agit d'air!

Exercice Trous d'Young et mesure d''indice

Initialement $\delta(F'_2) = (SF'_2)_2 - (SF'_2)_1 = 0$

Lors du remplissage, on atteint $\delta(F'_2) = (n-1).L$ avec $p = \delta(F'_2)/\lambda_0 = K = 231$ donc $n = 1+K\lambda_0/L = 1{,}0003$ (indice réel de l'air)

Exercice Ecart angulaire entre deux étoiles

1) $\delta(M) \simeq \dfrac{ax}{D}$ (DL à l'ordre 1 de $T_2M - T_1M$)

Formule de Fresnel : $I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi(M))$

On a $I_1 = I_2 = I_0$ (les deux trous ont le même diamètre) donc $I(M) = 2I_0(1+\cos(\Delta\phi(M)))$

avec $\Delta\phi(M) = 2\pi\dfrac{\delta(M)}{\lambda_0}$ on obtient $I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(2\pi\dfrac{ax}{\lambda_0 D}\right)\right)$

On observe une frange brillante <=> $\Delta\phi = 2p\pi$ <=> $x_p = p\dfrac{\lambda_0 D}{a}$ => $i = x_{p+1} - x_p = \dfrac{\lambda_0 D}{a} = 1{,}18\ \mathrm{cm}$

2) L'angle α introduit une différence de marche supplémentaire $a.\sin(\alpha) \sim a\ \alpha$ (petits angles)

On a donc $\delta'(M) = a\left(\alpha + \dfrac{x}{D}\right)$. On en déduit l'intensité $I'(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(2\pi\dfrac{a}{\lambda_0}\left(\alpha+\dfrac{x}{D}\right)\right)\right)$

frange brillante <=> $\Delta\phi = 2p\pi$ <=> $a\left(\alpha+\dfrac{x}{D}\right) = p\lambda_0$ <=> $x_p = -\alpha D + p\dfrac{\lambda_0 D}{a}$

$i = x_{p+1} - x_P = \dfrac{\lambda_0 D}{a}$, l'interfrange reste le même que pour la première étoile (les franges sont décalées)

3) Les ondes émises par S et S' ne sont pas cohérentes (sources distinctes), on ajoute donc les intensités :

$$I_{tot} = 2I_0\left(2+\cos\left(2\pi\frac{ax}{\lambda_0 D}\right)+\cos\left(2\pi\frac{a}{\lambda_0}\left(\alpha+\frac{x}{D}\right)\right)\right)$$

4) On obtient un contraste nul si les franges brillantes de S coincident avec les franges sombres de S'. Cela se produit si le décalage αD correspond à un 1/2 interfrange (± un nombre entier d'interfranges)

$\alpha D = (k + 1/2)\ i$ <=> $\alpha D = \left(k+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_0 D}{a}$ <=> $a = \left(k+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_0}{\alpha}$

On peut aussi le retrouver à partir de l'expression de I_{tot} : I_{tot} = cste <=> les deux cosinus sont déphasés de $\pi + k\pi$ <=> $2\pi\dfrac{a}{\lambda_0}\alpha = \pi + k\pi$ <=> $a = \left(k+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\lambda_0}{\alpha}$

5) La plus petite valeur est telle que $a = \dfrac{1}{2}\dfrac{\lambda_0}{\alpha}$ donc $\alpha = \dfrac{\lambda_0}{2a} = 1{,}2.10^{-5}\ \mathrm{rad}$, inférieur au pouvoir de résolution de l'oeil : les deux étoiles ne peuvent être distinguées à l'oeil nu.