# 3TSI - Physique-Chimie - Colle 14a

**Question de cours** Quelle est la relation entre le champ électrique $\vec{E}$ et le potentiel électrostatique V ? Quelles sont les conséquences sur la direction et le sens de $\vec{E}$, sur son orientation par rapport aux surfaces équipotentielles ? Réécrire cette relation en coordonnées cartésiennes.

**Exercice 1** Décomposition de l'urée

L'urée (déchet azoté qui provient de la dégradation des protéines par le foie) peut se décomposer en carbonate d'ammonium :

$$(H_2N)_2CO + 2\ H_2O = 2\ NH_4^+ + CO_3^{2-}$$

En solution aqueuse diluée ($H_2O$ en grand excès), la réaction est d'ordre 1 par rapport à l'urée : la constante <u>apparente</u> de vitesse à $T_1 = 350$ K vaut $k_1 = 4.10^{-5}$ SI.

1 ) Ecrire la loi de vitesse simplifiée en solution diluée.
2 ) Quelle est l'unité de $k_1$ ?
3 ) Etablir une équation différentielle pour la concentration C(t) de l'urée, puis en déduire l'expression de C(t) en fonction de $C_0$ (concentration iniale), $k_1$ et t.
4 ) Calculer la durée $t_1$ nécessaire pour décomposer 80% de l'urée présente initialement.
5 ) En présence d'uréase (une enzyme), la constante de vitesse à $T_1 = 350$ K devient $k'_2 = 3.10^5\ s^{-1}$. Quel est le rôle joué par l'uréase ?

**Exercice 2** Champ et potentiel d'un dipôle électrostatique

Un *dipôle électrostatique* est formé de deux charges q et -q situées sur un axe (Oz) et séparées d'une distance a. Le potentiel créé par ce dipôle à grande distance est donné par l'expression suivante : $V(r,\theta,\varphi)=\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a\cos\theta}{r^2}$ (coordonnées sphériques)

Opérateur gradient en coordonnées sphériques : $\overrightarrow{\text{grad}}\,F=\frac{\partial F}{\partial r}\vec{u}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial\theta}\vec{u}_\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial F}{\partial\varphi}\vec{u}_\varphi$

1 ) Exprimer le champ $\vec{E}$ créé par le dipôle.

2 ) Pour un point H situé sur l'axe (Oz), quelle est la direction du vecteur $\vec{E}$ ?

# 3TSI - Physique-Chimie - Colle 14a
# Corrigé

**Question de cours** Pour tout champ électrostatique $\vec{E}$ , il existe un potentiel V (défini à une constante près) tel que $\vec{E}=-\overrightarrow{\text{grad}}\,V$

- $\vec{E}$ est dirigé vers les potentiels **décroissants** (signe - devant le gradient)

- $\vec{E}$ est orthogonal aux équipotentielles (surfaces d'équation "V = cste")

- le potentiel V est uniforme <=> le champ électrique est nul $V=\text{cste} \Leftrightarrow \vec{E}=\vec{0}$

- en coordonnées cartésiennes, $\vec{E}=-\frac{\partial V}{\partial x}\vec{u_x}-\frac{\partial V}{\partial y}\vec{u_y}-\frac{\partial V}{\partial z}\vec{u_z}$

**Exercice 1** Décomposition de l'urée

1 ) En solution diluée, il y a dégénérescence de l'ordre par rapport à $H_2O$ (très majoritaire)
on a alors $v = k_1[(H_2N)_2CO]$

2 ) D'après la loi de vitesse, $k_1$ est en $s^{-1}$

3 ) $v=\frac{-dC}{dt}=k_1 C$ donc $\frac{dC}{dt}+k_1 C=0$ solution générale $C(t)=A\,e^{-k_1 t}$ avec $C(t=0) = C_0 = A$
donc $C(t)=C_0\,e^{-k_1 t}$

4 ) 80% de l'urée a été décomposée <=> $C(t) = 0,20 * C_0$ <=> $e^{-k_1 t}=0,2$ <=> $t_2 = 4,0.10^4$ s

5 ) La réaction est beaucoup plus rapide en présence d'uréase, il s'agit d'un catalyseur.

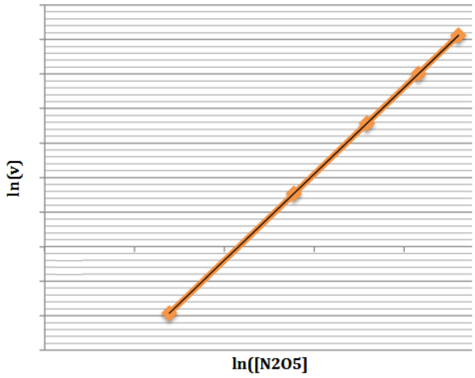
**Exercice 2** Champ et potentiel d'un dipôle électrostatique

1 ) $\vec{E}=\frac{2aq\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{u_r}+\frac{aq\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{u_\theta}$

2 ) Pour un point H sur l'axe (Oz), on a $\theta=0$ ou $\theta=\pi$ donc $\vec{E}(H)=\frac{\pm 2aq}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{u_r}$ . Comme H est sur l'axe Oz, le vecteur $\vec{u_r}$ au point H est dirigé selon $\pm\vec{u_z}$ , le champ est donc dirigé selon $\pm\vec{u_z}$

**Question de cours** A l'aide de schémas, décrire les systèmes de coordonnées cylindriques et sphériques en indiquant dans chaque cas la signification des trois coordonnées et l'orientation des vecteurs unitaires en un point M quelconque.

**Exercice 1** Décomposition du pentaoxyde de diazote




La réaction $N_2O_{5(g)} = N_2O_{4(g)} + 1/2\ O_{2(g)}$ admet un ordre p par rapport à $N_2O_5$ . On cherche à déterminer la valeur de p grâce à des mesures de v (en $mol.L^{-1}.s^{-1}$) pour différentes valeurs de $[N_2O_5]$(en $mol.L^{-1}$)

L'allure ci-contre a été obtenue en traçant ln(v) en fonction de $\ln([N_2O_5])$. Une régression linéaire a donné le résultat suivant : "y = 1,00.x - 10,3" avec un coefficient de corrélation $R^2 = 1$

1 ) Ecrire la loi de vitesse de cette réaction.
2 ) Déterminer l'ordre p de cette réaction et la valeur numérique de la constante de vitesse k à 298 K.
3 ) Etablir une équation différentielle pour $[N_2O_5](t)$ et en déduire l'expression de $[N_2O_5](t)$ (on fera intervenir la concentration initiale $[N_2O_5]_0$)
4 ) Exprimer puis calculer numériquement le temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$ à 298 K.

**Exercice 2** Champ et potentiel électrostatique d'un condensateur

On donne l'expression du potentiel créé par un condensateur formé de deux armatures planes et parallèles, séparées d'une distance e.
$V_0$, $V_1$ sont des constantes positives, et on suppose $V_0 > V_1$

pour $z < 0$ , $\quad V(x,y,z) = V_0$

pour $0 < z < e$, $\quad V(x,y,z) = V_0 + \frac{(z-z_0)}{e}.(V_1 - V_0)$

pour $z > e$ , $\quad V(x,y,z) = V_1$

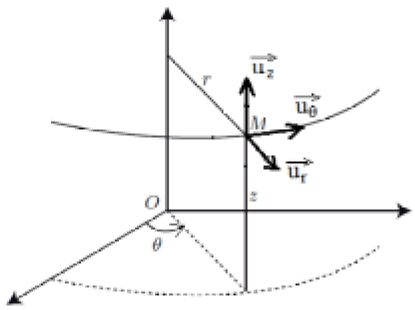
1 ) Représenter graphiquement V en fonction de z en indiquant les valeurs particulières.

2 ) En distinguant les trois intervalles, exprimer le champ électrostatique $\vec{E}$ associé au potentiel V.

3 ) Sur un schéma en perspective, indiquer l'allure des surfaces équipotentielles et des lignes de champ entre les armatures du condensateur.

# 3TSI - Physique-Chimie - Colle 14b
# Corrigé

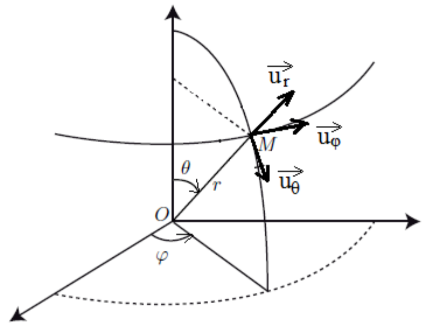
## Question de cours




Coordonnées cylindriques : r, θ (angle) et z
**r est la distance à l'axe (Oz)** **θ est mesuré dans le plan (Oxy)**

Vecteurs unitaires : $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ mobiles, $\vec{u}_z$ fixe (ou $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$ )

Expression du vecteur position : $\vec{OM} = r\,\vec{u}_r + z\,\vec{u}_z$




Coordonnées sphériques: r, θ (angle) et φ (angle)
**r est la distance à l'origine** : $r = \|\vec{OM}\|$
φ est mesuré dans le plan (Oxy)
**θ est mesuré par rapport à l'axe (Oz)**

Vecteurs unitaires : $\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi$ (ou $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi$ ) sont mobiles

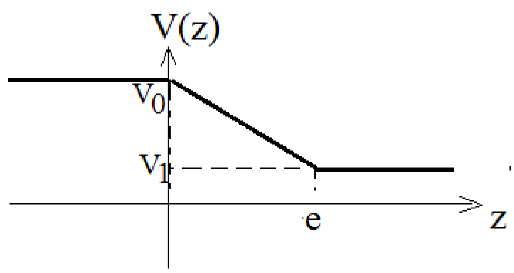
Expression du vecteur position : $\vec{OM} = r\,\vec{u}_r$

**Exercice 1** Décomposition du pentaoxyde de diazote

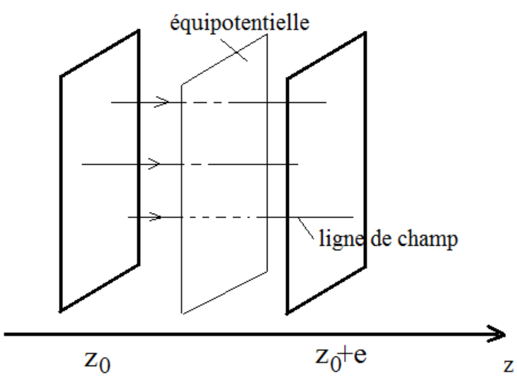
1 ) $v = k\,[N_2O_5]^p$
2 ) $\ln(v) = \ln(k) + p\ln([N_2O_5])$
Par identification avec la régression linéaire : $p = 1$ et $\ln(k) = -10{,}3$ donc $k = 3{,}4.10^{-5}\ s^{-1}$
3 ) en notant $C = [N_2O_5]$ et $C_0 = [N_2O_5]_0$, $\frac{dC}{dt} + k\,C = 0$ donc $C(t) = C_0\,e^{-kt}$
4 ) $\tau_{1/2}$ est tel que $C(\tau_{1/2}) = \frac{C_0}{2}$ <=> $e^{-k\tau_{1/2}} = \frac{1}{2}$ <=> $\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$ AN : $\tau_{1/2} = 2{,}0.10^4$ s = 5,7 h

**Exercice 2** Champ et potentiel électrostatique d'un condensateur

1 ) voir ci-contre
2 ) Pour z < 0 : $\vec{E} = \vec{0}$
Pour 0 < z < e : $\vec{E} = \frac{V_0 - V_1}{e}\vec{u}_z$
Pour z > e : $\vec{E} = \vec{0}$




3 )



# 3TSI - Physique-Chimie - Colle 14c

**Question de cours** Quelles sont les propriétés des lignes de champ électrostatique, des lignes de champ magnétostatique ? Comment sont-elles orientées par rapport aux charges électriques, par rapport aux courants électriques ?

**Exercice 1** Décomposition des ions chromyle

On étudie la réaction lente $CrO_{2\,(aq)}^{2+} = Cr_{(aq)}^{2+} + O_{2(aq)}$ en solution aqueuse. Elle admet un ordre 1, et sa constante de vitesse dans les conditions étudiées vaut $k_1 = 2{,}5.10^{-4}\ s^{-1}$ . Pour $t_1 = 10^3$ s, la concentration de $CrO_2^{2+}$ vaut $1{,}5.10^{-4}$ mol.L$^{-1}$.

1 ) Etablir l'expression de $[CrO_2^{2+}]$ en fonction du temps.
2 ) Calculer numériquement la concentration iniale $[CrO_2^{2+}]_0$.
3 ) Déterminer l'instant $t_2$ où 99% du réactif aura disparu.
4 ) Si l'on double la concentration initiale, quelle sera la nouvelle valeur de $t_2$ ?

**Exercice 2** Champ et potentiel créés par un cylindre chargé

Un cylindre de rayon R, chargé en surface, crée le potentiel suivant (en coordonnées cylindriques).

pour $r < R$ $\quad V(r, \theta, z) = -\frac{\sigma_0 R}{\epsilon_0} \ln(R)$ $\qquad$ pour $r > R$ $\quad V(r, \theta, z) = -\frac{\sigma_0 R}{\epsilon_0} \ln(r)$

$\sigma_0$ et R sont des constantes positives.

Gradient en coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{\text{grad}}\, F = \frac{\partial F}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{\partial F}{\partial z} \vec{u}_z$

1 ) Exprimer le champ $\vec{E}$ associé à ce potentiel.
2 ) Représenter graphiquement l'allure de $\|\vec{E}\|$ et V en fonction de la coordonnée r.
3 ) Représenter sur un schéma en perspective l'allure des lignes de champ et des équipotentielles à l'extérieur du cylindre.

3TSI - Physique-Chimie - Colle 14c

Corrigé

**Question de cours** Les lignes de champ électrostatique ne sont pas fermées. Elles sont orientées vers les charges positives, et à l'opposé des charges négatives.

Les lignes de champ magnétostatique sont fermées. Elles entourent les courants électriques et sont orientées suivant la règle de la main droite (ou du "tire-bouchon"...)

**Exercice 1** Décomposition des ions chromyle

1 ) Equation différentielle : $\frac{dC}{dt}+k_1 C=0$ donc $C(t)=C_0 e^{-k_1 t}$

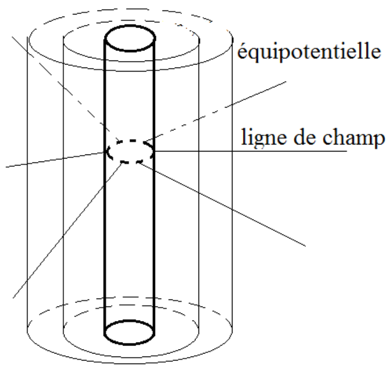
2 ) En appliquant cette relation à $t_1$ on obtient $C(t_1)=C_0 e^{-k_1 t_1}$ d'où $C_0 = 1{,}93.10^{-4}$ mol.L$^{-1}$

3 ) $t_2$ vérifie $C(t_2)=C_0 e^{-k_1 t_2}=\frac{C_0}{100}$ , on en déduit $t_2 = 1{,}8.10^4$ s = 5,1 h

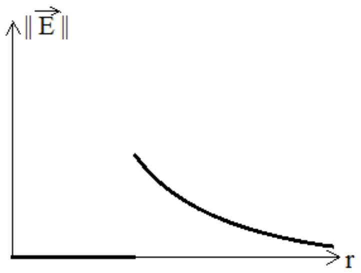
4 ) D'après les calculs effectués, $t_2$ ne dépend pas de la concentration initiale (résultat connu pour $\tau_{1/2}$ dans le cas de l'ordre 1), la même durée sera nécessaire pour que 99% du réactif disparaisse.

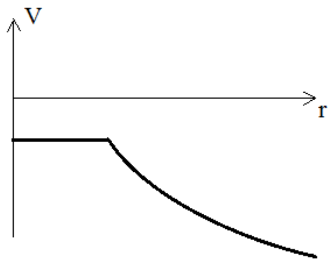
**Exercice 2** Champ et potentiel créés par un cylindre chargé

1 ) Pour r < R : $\vec{E}=\vec{0}$ Pour r > R : $\vec{E}=\frac{\sigma_0 R}{\epsilon_0 r}\vec{u}_r$




2 ) 3 )



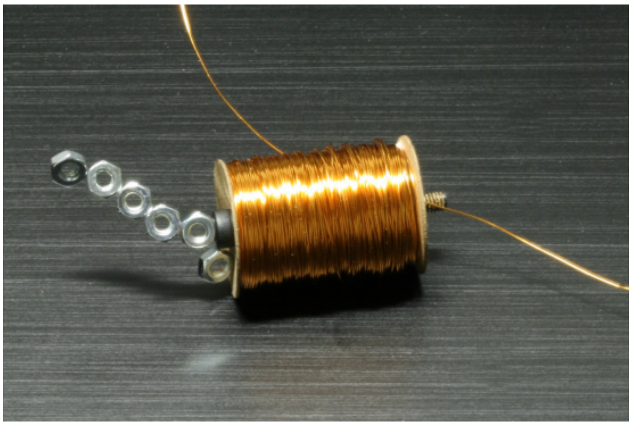



3TSI - Physique-Chimie - Colle 14
Exercices supplémentaires

**Exercice** Champ créé par une bobine

Donnée : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI
1 ) Rappeler l'expression du champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde infini.
2 ) Représenter l'allure des lignes de champ à l'intérieur du solénoïde, en précisant leur orientation par rapport au courant.

Un électroaimant artisanal a été réalisée grâce à un fil de cuivre enroulé autour d'une vis métallique de 3 mm de diamètre. La bobine comporte ~1000 enroulements et est parcourue par un courant I = 500 mA.



3 ) Estimer l'ordre de grandeur du champ magnétique créé dans cette bobine en l'absence de la vis.
4 ) Quel est l'intérêt d'enrouler le fil autour d'une vis ?

**Exercice** Réaction à trois réactifs

On réalise quatre expériences pour analyser l'influence des concentrations des réactifs sur la vitesse initiale de la réaction $BrO_3^-{}_{(aq)} + 5\ Br^-{}_{(aq)} + 6\ H_3O^+{}_{(aq)} \Rightarrow 3\ Br_{2(aq)} + 9\ H_2O_{(l)}$
On note p, q et r les ordres partiels par rapport à $BrO_3^-{}_{(aq)}$,$Br^-{}_{(aq)}$ et $H_3O^+{}_{(aq)}$, et k la constante de vitesse de la réaction à la température étudiée.

| Expériences | $[BrO_3^-]_0$ $(mol.L^{-1})$ | $[Br^-]_0$ $(mol.L^{-1})$ | $[H_3O^+]_0$ $(mol.L^{-1})$ | $v_d(BrO_3^-)_0$ $(mmol.L^{-1}.s^{-1})$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 1,2 |
| 2 | 0,20 | 0,10 | 0,10 | 2,4 |
| 3 | 0,10 | 0,30 | 0,10 | 3,5 |
| 4 | 0,20 | 0,10 | 0,15 | 5,5 |

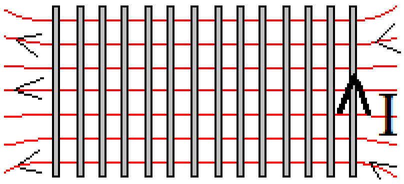
1 ) Quelle est la relation (simple) entre la vitesse initiale de disparition $v_d(BrO_3^-)_0$ des ions $BrO_3^-$ et la vitesse initiale $v_0$ de la réaction ?
2 ) Ecrire la loi de vitesse initiale de la réaction.
3 ) A partir des données du tableau, déterminer les valeurs de p, q et r.
4 ) Déterminer la valeur de la constante de vitesse k.

On réalise une expérience avec $[BrO_3^-]_0 = 0{,}05$ mol.L$^{-1}$, $[Br^-]_0 = 0{,}25$ mol.L$^{-1}$ et $[H_3O^+]_0 = 0{,}30$ mol.L$^{-1}$
5 ) Déterminer l'expression de $[BrO_3^-](t)$.
6 ) Calculer le temps de demi-réaction.

Colle 14 - Exercices supplémentaires
Corrigé

**Exercice** Champ créé par une bobine

1 ) $\vec{B}(M)=\mu_0 n I \vec{u_z}$ avec $\vec{u_z}$ selon l'axe du solénoide, orienté d'après le courant (et n = N/L, nombre de spires par unité de longueur).
2 )




3 ) On estime $l \sim 3$ cm à partir du diamètre de la vis. $\|\vec{B}\|=\mu_0 \frac{N}{l} I \simeq 2.10^{-2}\,T \simeq 20\,mT$

4 ) Certains matériaux présentent une perméabilité magnétique µ supérieure à $\mu_0$. C'est le cas du fer probablement contenu dans la vis : on augmente ainsi le champ magnétique créé dans la bobine (d'où l'attraction des écrous sur la photo...)

**Exercice** Réaction à trois réactifs
1 ) Avec un tableau d'avancement ou simplement d'après le coefficient stoechiométrique, $v_d(BrO_3^-)_0 = v_0$ (la vitesse de disparition d'un réactif est définie par $v_d(X)=-\frac{d[X]}{dt}$ )
2 ) $v_0 = [BrO_3^-]_0^p\,[Br^-]_0^q\,[H_3O^+]_0^r$
3 ) En observant l'influence de la modification de chaque concentration initiale p = 1, q = 1, r = 2
4 ) En utilisant l'expérience 1 et les ordres obtenus précédemment, on trouve $k = 12\ L^3.mol^{-3}.s^{-1}$
5 ) Mélange stoechiométrique : $v = k\,[BrO_3^-]^1 . (5\,[BrO_3^-])^1 . (6\,[BrO_3^-])^2 = 180\,k\,[BrO_3^-]^4$ (ordre global 4)

Equation différentielle : $v=-\frac{d[BrO_3^-]}{dt}=180\,k\,[BrO_3^-]^4$

Séparation des variables : $-\frac{d[BrO_3^-]}{[BrO_3^-]^4}=180\,k\,dt$ d'où $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{[BrO_3^-]^3(t)}-\frac{1}{[BrO_3^-]_0^3}\right)=180\,k\,t$

Finalement $\frac{1}{[BrO_3^-]^3(t)}=540\,k\,t+\frac{1}{[BrO_3^-]_0^3}$ et $[BrO_3^-](t)=\left(\frac{1}{540\,k\,t+\frac{1}{[BrO_3^-]_0^3}}\right)^{1/3}$

6 ) $[BrO_3^-](t) = 1/2\ [BrO_3^-]_0$ <=> $[BrO_3^-]^3(t) = 1/8\ [BrO_3^-]_0^3$ <=> $540\,k\,t=\frac{7}{[BrO_3^-]_0^3}$ <=> $t_{1/2}=\frac{7}{540\,k\,[BrO_3^-]^3}$ On obtient $t_{1/2} = 8,7$ s