Application directe du cours

Exercice 1 Atome de soufre et ion sulfure

On étudie l'isotope $^{32}_{16}S$ du soufre.

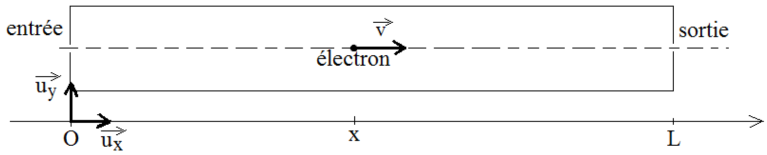
1) Quelle est la composition (protons, neutrons, électrons) de l'atome associé à cet isotope? Quelle est la valeur de sa charge électrique ?

2) Quelle est l'ion le plus stable formé à partir de cet atome ? Quelle est la valeur (en C) de sa charge électrique ?

Exercice 2 Accélérateur d'électrons

La vitesse initiale de l'électron est négligeable. Le champ électrique $\vec{E_0}$ à l'intérieur de l'accélérateur est uniforme, d'intensité $E_0 = 10\ \text{kV.m}^{-1}$

Données masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg charge élémentaire : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C
L = 40 cm (longueur de l'accélérateur) $g = 9{,}81\ \text{m.s}^{-2}$



1) Comment le champ $\vec{E_0}$ doit-il être orienté afin d'accélérer l'électron ?

2) Exprimer le vecteur champ électrique $\vec{E_0}$ en fonction de E_0 et du vecteur unitaire $\vec{u_x}$

3) Calculer numériquement le poids (en N) de l'électron, puis l'intensité de la force électrique qu'il subit.

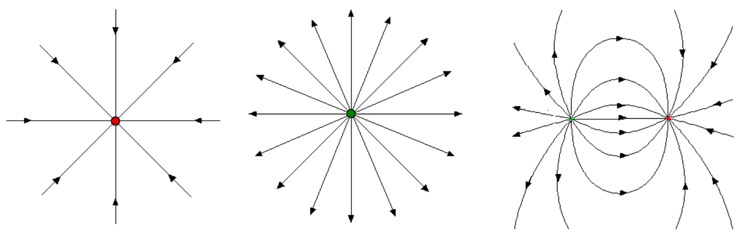
4) En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer l'équation horaire x(t) du mouvement.

5) Application numérique : calculer la vitesse de l'électron à la sortie de l'accélérateur.

6) A la sortie de l'accélérateur, on applique un champ $\vec{E_1} = E_1 \vec{u_y}$ avec E_1 une constante positive. Décrire qualitativement le mouvement de l'électron.

Exercice 3 Orientation des lignes de champ électrique

D'après l'orientation des lignes de champ, quel est le signe des charges ci-dessous ?



Exercice 4 Champ électrique dans un atome

Données $\varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12}\ \text{F.m}^{-1}$ $e = 1{,}60.10^{-19}$ C (charge élémentaire) Z(H) = 1
$r_0 = 50{,}0$ pm (rayon de l'atome d'hydrogène)

1) Quelle est la valeur de la charge Q du noyau d'un atome d'hydrogène ?

On note $\vec{E}$ le champ électrique créé par le noyau (supposé ponctuel, placé à l'origine O)

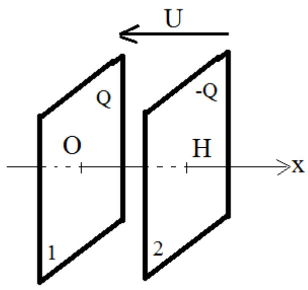
2) Rappeler l'expression du champ électrique $\vec{E}$ créé par une charge ponctuelle Q.

3) Représenter graphiquement l'évolution de $\|\vec{E}\|$ (intensité du champ) en fonction de la distance r

4) Calculer numériquement $\|\vec{E}\|$ à la distance $r = r_0$ (distance noyau<=>électron)

5) Sur un schéma, représenter l'orientation de la force électrique $\vec{F_e}$ exercée par le noyau sur l'électron puis calculer sa valeur.

Exercice 5 Forces dans un condensateur



Un "condensateur" est un système formé de deux plaques conductrices (*armatures*) placées face à face et présentant des charges opposées.

On étudie ici un condensateur plan de capacité C = 10 nF dont les armatures (chacune de surface S = 1 cm^2) portent des charges respectives Q et -Q (avec Q > 0). Le condensateur est soumis à une différence de potentiel U = 2,0 V. On rappelle la relation Q = C U pour un condensateur (définition de la capacité), avec la capacité C en Farad (F).

1) Calculer la densité surfacique de charge (ou *charge surfacique*) $\sigma_1 = \frac{Q}{S}$ présente sur l'armature 1 (à gauche sur le schéma). Quelle est la valeur de la densité surfacique de charge σ_2 sur l'armature 2 ?

Le champ créé **par** l'armature 1 en un point M d'abscisse x > 0 peut être approché par l'une de ces expressions :

a) $\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 S}\vec{u}_x$ b) $\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma . S}{2\epsilon_0}\vec{u}_x$ c) $\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{u}_x$

2) En s'aidant de l'expression du champ créé par une charge ponctuelle, identifier l'expression correcte par analyse dimensionnelle.
3) Calculer la valeur du champ électrique créé par l'armature 1 au point H.
4) Déterminer les caractéristiques (orientation, valeur) de la force électrique subie par l'armature 2.

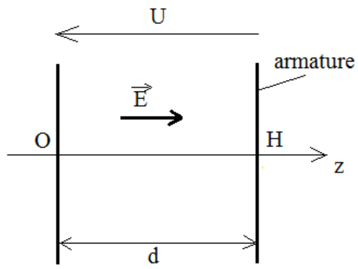
Exercice 6 Utilisation de la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$

1) Parmi les potentiels suivants, le(s)quel(s) correspond(ent) au champ $\vec{E}$ créé par une charge ponctuelle ? (on se place en coordonnées sphériques, et *K* est une constante)

$V_1(r) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$ $V_2(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$ $V_3(r) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$ $V_4(r) = V_2(r) + K$

2) Pour le(s) potentiel(s) choisi(s), quelle est l'allure des équipotentielles (surfaces d'équation V = cste) ?

Exercice 7 Accélérateur de particules



Afin de créer un champ électrique utilisé pour accélérer des particules chargées, deux armatures parallèles de grandes dimensions sont soumises à une tension U = 50 kV. De manière approchée, on peut considérer que le champ électrique entre les plaques est uniforme : $\vec{E}(M) = E_0\vec{u}_z$

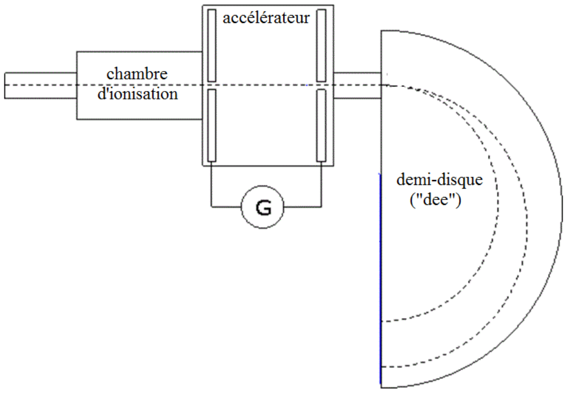
1) Exprimer le potentiel V(z) associé à ce champ (on choisira V = 0 au point H)

2) En déduire l'expression de la tension $U = V_O - V_H$ en fonction de E_0 et d.

3) Représenter sur un schéma l'allure des équipotentielles V = 20 kV et V = 40 kV

On souhaite éviter l'apparition d'arcs électriques entre les deux armatures. Le champ disruptif de l'air sec (champ au-delà duquel l'air devient conducteur) vaut $E_{max} = 3{,}6.10^6\ V.m^{-1}$
4) Quelle distance minimale d_{min} faut-il imposer entre les plaques ?

Exercice 8 Séparation d'isotopes



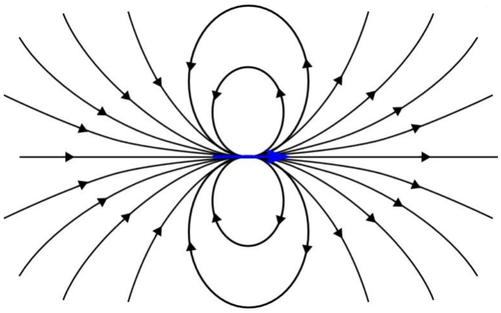
Un faisceau composé d'atomes ^{127}I et ^{129}I pénètre dans une chambre d'ionisation où les atomes sont ionisés sous forme d'ions iodure I^-. Les ions sont alors accélérés par un champ électrique, puis ils pénètrent dans une zone ("dee") de champ magnétique uniforme où ils sont déviés.

1) Indiquer l'orientation du champ électrique $\vec{E}$ à l'intérieur de l'accélérateur. En déduire l'orientation de la tension U > 0 entre les deux plaques (reliées à un générateur) qui créent ce champ.

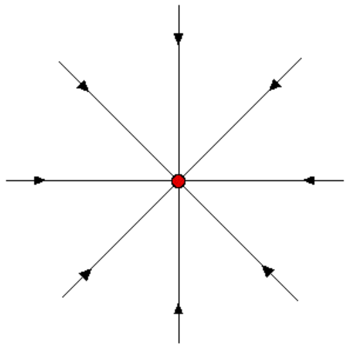
2) Indiquer l'orientation du champ magnétique $\vec{B}$ qui permet d'obtenir la trajectoire représentée dans le "dee".

Exercice 9 Champ électrique ou champ magnétique ?

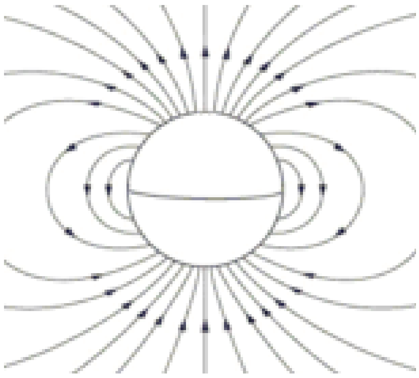
Indiquer dans chaque cas s'il s'agit de lignes de champ électrostatique ou magnétostatique (les lignes de champ ne sont pas représentées à l'intérieur des sources).



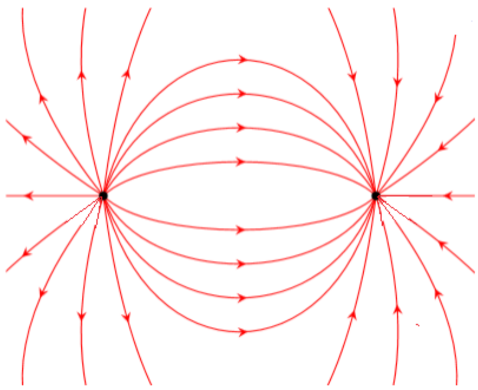
1



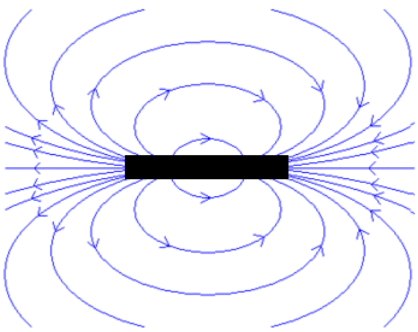
2



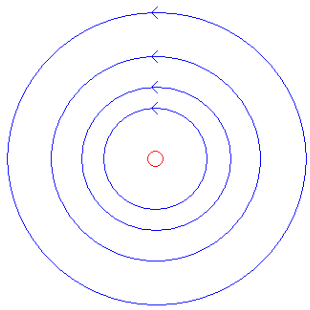
3



4

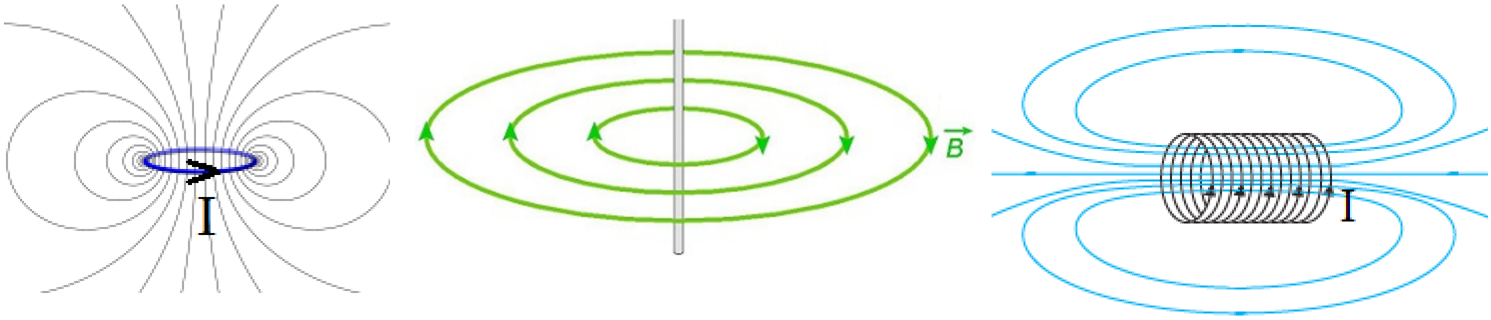


5



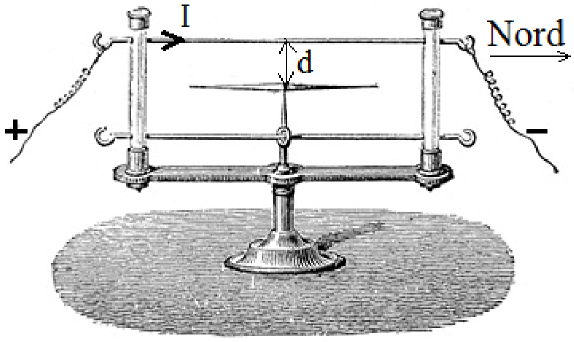
6

Exercice 10 Indiquer les orientations manquantes (pour les lignes de champ ou pour I)

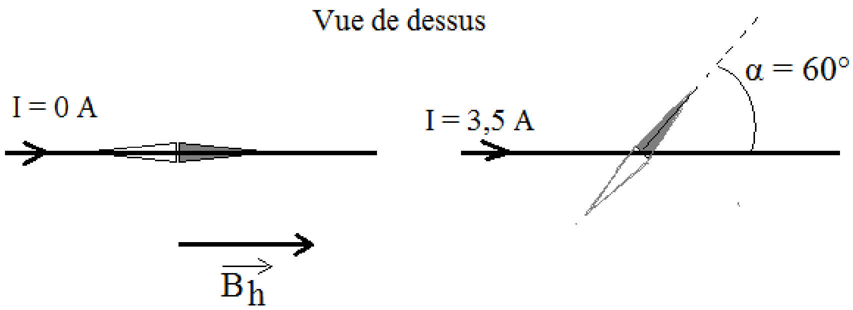


Exercice 11 Expérience d'Oersted

En 1820, Hans Christian Oersted réalise une expérience qui démontre le lien entre courant électrique et magnétisme. Un fil horizontal est placé au-dessus d'une aiguille aimantée, à une distance d = 2,0 cm.



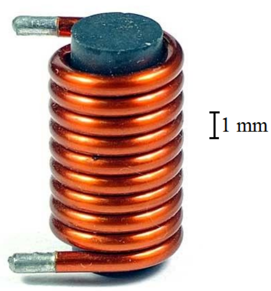
En l'absence de courant dans le fil, l'aiguille s'oriente parallèlement au fil, selon la composante horizontale $\vec{B}_h$ du champ magnétique terrestre. Lorsqu'un courant traverse le fil, on observe une déviation de l'aiguille dans le plan horizontal : pour une intensité I_1 = 3,5 A, on mesure un angle α = 60° entre l'aiguille et le fil.



2) Pour I = 3,5 A, représenter sur un schéma le champ $\vec{B}_h$ (composante horizontale du champ magnétique terrestre) et le champ $\vec{B}_{fil}$ au centre de l'aiguille. Quelle est la relation entre $\|\vec{B}_h\|$, $\|\vec{B}_{fil}\|$ et α ?
3) Exprimer $\|\vec{B}_{fil}\|$ en fonction de μ_0, I et d. En déduire la valeur numérique de $\|\vec{B}_h\|$.
4) Si I = 7,0 A, quelle sera la valeur de l'angle α ? Que se passe-t-il lorsque I devient très élevé ?

Exercice 12 Electroaimant

1) A l'aide du modèle du solénoïde infini, estimer l'ordre de grandeur du champ magnétique créé à l'intérieur de cette bobine (sans le noyau) pour une intensité de 2 A.



2) La bobine est munie d'un noyau de ferrite (matériau qui présente une perméabilité magnétique différente de celle du vide : $\mu \sim 5.10^{-4}$ T.m.A^{-1}). Quel est l'intérêt du noyau ?

Travaux dirigés

Exercice 13 Sources de champ électrique et de champ magnétique

Dans chacun des cas suivants, indiquer s'il s'agit d'une source de champ électrique et/ou de champ magnétique
a) Sphère métallique chargée à l'aide d'une baguette de verre frottée sur de la laine
b) Fil de cuivre dans un circuit électrique en courant continu
c) Deux plaques métalliques parallèles soumises à une tension continue
d) Faisceau *monocinétique* d'électrons dans le vide (*monocinétique* signifie que tous les électrons possèdent la même vitesse)

Exercice 14 Potentiel électrostatique

Le potentiel électrostatique créé par le noyau d'un atome, considéré comme ponctuel, a pour expression :

$$V_1(r)=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r} \quad \text{(en coordonnées sphériques)}$$

1) Exprimer le champ électrostatique $\vec{E_1}$ associé à ce potentiel, puis représenter graphiquement l'allure de $\|\vec{E_1}\|$ en fonction de r.
2) Représenter sur un schéma en perspective l'allure des lignes de champ électrostatique et l'allure des équipotentielles.
3) Les noyaux $^{13}_{6}C$ et $^{13}_{7}N$ possèdent-ils la même charge Q ? Justifier brièvement.

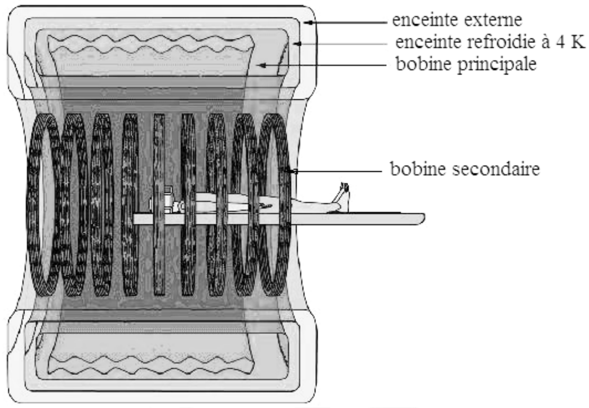
On s'intéresse maintenant au champ créé par une baguette de verre chargée (assimilée à un cylindre de rayon R et de longueur L portant une charge Q > 0 répartie uniformément). A l'extérieur de la baguette (r > R), le champ a pour expression :

$$\vec{E_2}=\frac{Q}{2\epsilon_0 r L}\vec{u_r} \quad \text{(en coordonnées cylindriques)}$$

4) Déterminer l'expression du potentiel $V_2(r)$ associé à ce champ (on choisira un potentiel nul sur la surface de la baguette, c'est-à-dire V(R) = 0)
5) Représenter graphiquement l'évolution de V_2 et de $\|\vec{E_2}\|$ en fonction de r (seulement pour r > R).
6) Sur un schéma en perspective, représenter l'allure des lignes de champ et des équipotentielles.

Exercice 15 Imagerie par Résonance Magnétique

L'IRM nécessite la présence d'un champ magnétique quasi-uniforme de l'ordre de 3 T. Ce champ est généralement créé par une bobine principale en Niobium-Titane (Nb-Ti) refroidie à -269°C par de l'hélium liquide. La bobine présente ~ 1000 enroulements répartis sur une longueur d'environ 2 m. Des bobines secondaires permettent de créer un champ magnétique variable de faible intensité.

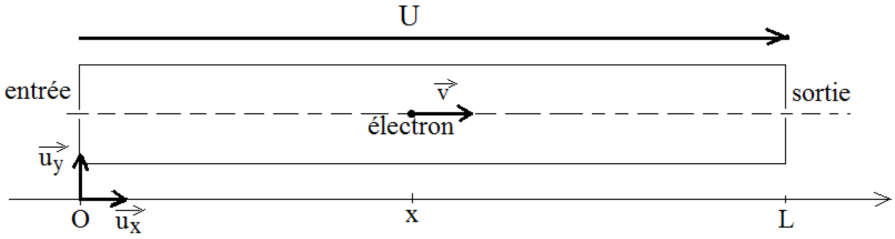


Donnée $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ T.m.A^{-1}

1) Estimer l'ordre de grandeur de l'intensité du courant dans la bobine principale. Quelles seraient les conséquences dans le cas d'une bobine classique (constituée de cuivre) ?
2) Quelle propriété du Niobium-Titane exploite-t-on dans cette application ?

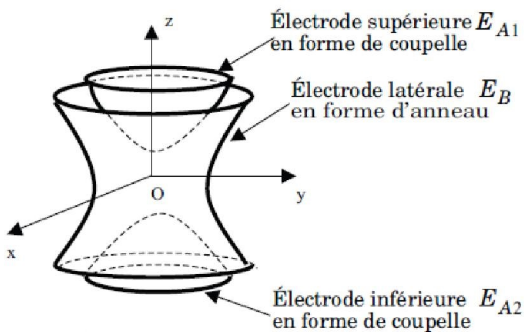
Exercice 16 Utilisation de l'énergie potentielle électrostatique $E_{p,élec} = qV$

On reprend l'étude du mouvement de l'électron (initialement immobile) dans un accélérateur : le champ électrostatique vaut $\vec{E_0} = -E_0 \vec{u_x}$ avec $E_0 = 10 \text{ kV.m}^{-1}$. On prend $V_O = V(x=0) = 0$ pour le potentiel à l'entrée.



1) Exprimer le potentiel $V(x)$ associé au champ $\vec{E_0}$; quelle est la valeur de V(L) (potentiel à la sortie) ?
2) En utilisant la conservation de l'énergie mécanique entre l'entrée et la sortie, calculer la vitesse de sortie v_S.
3) Quel est le sens de variation de l'énergie potentielle $E_{p,élec}$ de l'électron au cours du mouvement ?
4) Quelle serait la valeur de v_S pour une tension U de 100 kV ? Commenter le résultat.

Exercice 17 Calcul du champ électrostatique à partir du potentiel



Le dispositif représenté ci-contre permet de créer un champ $\vec{E}$ dont le potentiel est de la forme $V(r,z) = \alpha_0 + \alpha_1 r^2 + \alpha_2 z^2$ (en coordonnées cylindriques) avec α_0, α_1 et α_2 trois constantes ($\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 < 0$).

On donne l'expression du gradient en coordonnées cylindriques :

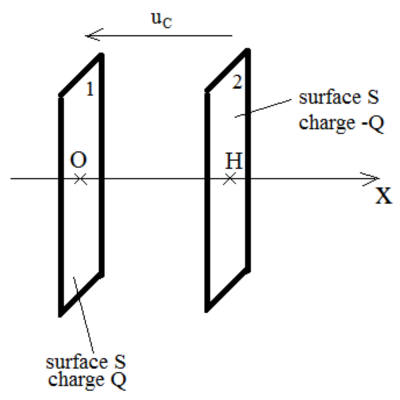
$$\overrightarrow{\text{grad}}\, F = \frac{\partial F}{\partial r}\vec{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial \theta}\vec{u_\theta} + \frac{\partial F}{\partial z}\vec{u_z}$$

1) A partir de l'expression fournie pour le potentiel V, déterminer le champ $\vec{E}$ créé par ce dispositif.
2) Dans le plan Oxy, quelle est l'allure des lignes équipotentielles ? Des lignes de champ ?
3) Pour un point H sur l'axe (Oz), indiquer la direction et le sens du champ $\vec{E}(H)$ (on distinguera les cas $z < 0$ et $z > 0$).

On peut aussi exprimer V en coordonnées cartésiennes : $V(x,y,z) = \alpha_0 + \alpha_1(x^2+y^2) + \alpha_2 z^2$
4) Exprimer $\vec{E}$ dans ces coordonnées. Cette expression est-elle cohérente avec l'expression obtenue en coordonnées cylindriques ?

Exercice 18 Champ électrostatique et potentiel dans un condensateur

Un condensateur plan est formé de deux armatures conductrices planes et parallèles, qui portent des charges électriques opposées. L'objectif de cette étude est de déterminer le champ électrostatique créé, puis d'établir une relation entre la tension u_c et la charge Q afin d'exprimer la capacité C du condensateur.



On note :

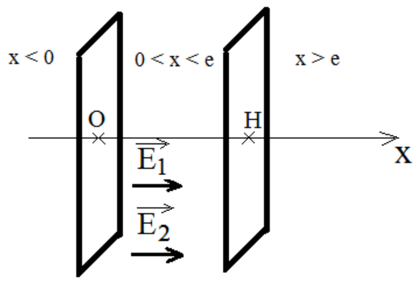
- S : surface d'une armature (largeur L, hauteur H)
- Q : charge électrique répartie sur l'armature 1
- e = OH : écartement entre les armatures
- $u_C = V_1 - V_2 = V(x{=}0) - V(x{=}e)$: tension aux bornes du condensateur

Pour déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ créé par le condensateur, on souhaiterait assimiler chaque armature à un plan infini uniformément chargé.

1) A quelles conditions sur e, L et H peut-on considérer chaque armature comme un plan infini ?

Pour la suite, on supposera ces conditions vérifiées et on adoptera pour chaque armature le modèle du plan infini chargé uniformément.
2) Exprimer les charges surfaciques σ_1 et σ_2 de chaque armature en fonction de Q et S.

3) Compléter le schéma ci-dessous pour le cas Q > 0 en précisant l'orientation réelle des champs $\vec{E}_1$ (créé par l'armature 1) et $\vec{E}_2$ (créé par l'armature 2) dans le domaine x < 0 et dans le domaine x > e.



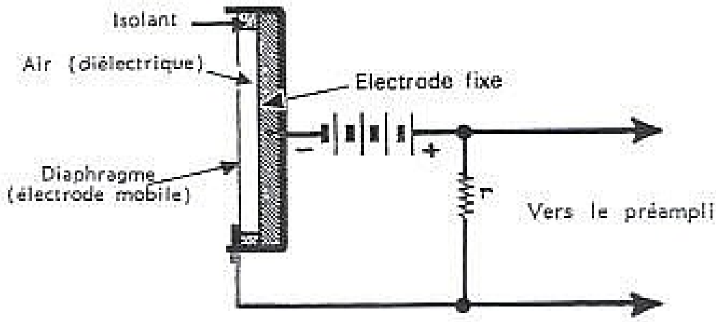
Domaine	x < 0	0 < x < e	x > e
Champ $\vec{E}_1$ créé par l'armature 1			
Champ $\vec{E}_2$ créé par l'armature 2			
Champ total $\vec{E}$ créé par le condensateur			

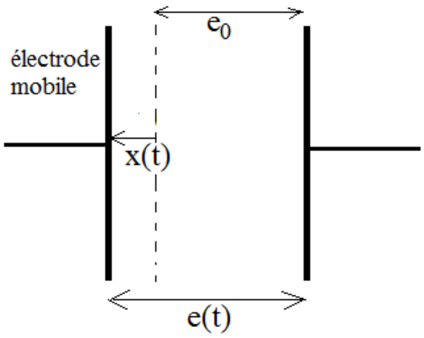
5) Déterminer l'expression du potentiel V(x) dans l'intervalle [0,e] (on impose $V_2 = V(H) = 0$ V). Que peut-on dire du potentiel V(x) sur les intervalles]-∞,0] et [e,+∞[? Représenter graphiquement l'évolution de V(x) en sachant que le potentiel électrostatique est une fonction continue.

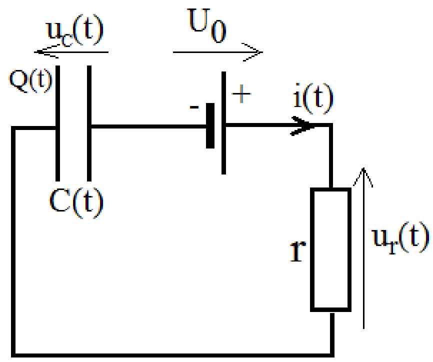
6) Exprimer la tension u_C en fonction de ε_0, Q, S et e. En déduire l'expression de la capacité C du condensateur.
AN : calculer la capacité d'un condensateur à air d'épaisseur e = 1 mm dont les armatures sont des disques de rayon r = 5 cm. Quel est l'ordre de grandeur de la tension maximale à respecter ?

Exercice 19 Microphone à condensateur

Dans un microphone à condensateur, les vibrations de l'air provoquent le déplacement du diaphragme (électrode mobile) devant une électrode fixe. Les deux électrodes (surface S) forment un condensateur à air d'épaisseur e(t) variable, placé en série avec une résistance r et alimenté par une source de tension continue U_0.







Le diaphragme effectue des mouvements autour de sa position d'équilibre : on pose $e(t) = e_0 + x(t)$. On suppose ces mouvements suffisamment lents pour que les résultats de l'électrostatique s'appliquent au condensateur.

1) Exprimer la capacité C(t) en fonction de ε_0, S, e_0 et x(t), puis sous la forme $C(t)=\dfrac{C_0}{\left(1+\dfrac{x(t)}{e_0}\right)}$

2) Quelle est la relation entre l'intensité i(t) dans le circuit et la charge Q(t) du condensateur ?

3) Montrer que la charge Q(t) du condensateur obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dQ}{dt}+\frac{1}{rC_0}\left(1+\frac{x(t)}{e_0}\right)Q(t)=\frac{U_0}{r}$$

4) On note Q_0 la charge du condensateur en régime permanent en l'absence de vibrations ($x(t) = 0$) ; exprimer Q_0 en fonction des paramètres du circuit.

En régime quelconque, les mouvements du diaphragme sont de faible amplitude, on a donc $x(t) \ll e_0$. De même, les variations de la charge sont faibles, on pose $Q(t) = Q_0 + q(t)$ avec $q(t) \ll Q_0$.

5) En se limitant au premier ordre en $\dfrac{q(t)}{Q_0}$ et en $\dfrac{x(t)}{e_0}$, mettre l'équation différentielle sous la forme $\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{\tau}q(t)=\alpha x(t)$ où l'on exprimera la constante α. En déduire l'équation différentielle pour i(t).

6) Déterminer la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega)=\dfrac{\underline{i}}{\underline{x}}$ du système en régime sinusoïdal forcé. Pour obtenir une réponse "plate" dans la gamme des fréquences audibles [20Hz, 20kHz], comment faut-il choisir r si $C_0 = 50$ pF ?