$$V_+ = \frac{\frac{0}{R_1} + \frac{V_S}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{V_S}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\underline{V_-} = \frac{0.jC\omega + \frac{\underline{V_S}}{R_3}}{jC\omega + \frac{1}{R_3}} = \frac{\underline{V_S}}{1 + jR_3C\omega}$$

$$\Longrightarrow V_- + R_3C\frac{dV_-}{dt} = V_S$$

- On suppose à t = 0, $V_s = + V_{sat}$ et $V_-(t=0^+) = 0$

L'équation différentielle donne $V_-(t) = K.e^{-R_3Ct} + V_{sat} = V_{sat}\,(1- e^{-t/R_3C})$

La saturation positive est valable tant que $\varepsilon = V_+ - V_- = \frac{V_{sat}}{1+\frac{R_2}{R_1}} - V_{sat}\left(1 - e^{-t/R_3C}\right) > 0$

- L'ALI change de régime de saturation à la date t1 telle que ε = 0 ⇔ $1 - e^{-t_1/R_3C} = \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}} \Leftrightarrow e^{-t_1/R_3C} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ donc $t_1 = R_3C.\ln(1 + \frac{R_2}{R_1})$
- A partir de cette date, la saturation est négative donc $V_-(t) = K'.e^{-t/R_3C} - V_{sat}$

A la date t_1, il y a continuité de $V_-(t)$ donc $K'.e^{-t_1/R_3C} - V_{sat} = \frac{V_{sat}}{1+\frac{R_2}{R_1}}$

donc $K' = \frac{V_{sat}}{1+\frac{R_2}{R_1}}.\left(2 + \frac{R_2}{R_1}\right)e^{t_1/R_3C}$

La date t_2 à laquelle l'ALI change de saturation est telle que $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$

$$\frac{-V_{sat}}{1+\frac{R_2}{R_1}} - \frac{V_{sat}}{1+\frac{R_2}{R_1}}.\left(2 + \frac{R_2}{R_1}\right)e^{-(t_2-t_1)/R_3C} + V_{sat} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}}.\left(2 + \frac{R_2}{R_1}\right)e^{-(t_2-t_1)/R_3C} = 1 - \frac{1}{1+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+\frac{R_2}{R_1}}$$

$$\Leftrightarrow e^{-(t_2-t_1)/R_3C} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{2+\frac{R_2}{R_1}} = \frac{R_2}{2R_1 + R_2}$$

$$\Leftrightarrow t_2 - t_1 = R_3Cln(2\frac{R_1}{R_2} + 1)$$

Cette durée correspond à une demi-période donc $T = 2R_3Cln(2\frac{R_1}{R_2} + 1)$

1) ALI en fonctionnement linéaire donc $V_+ = V_- = v_2(t) = \frac{\frac{0}{R_1}+\frac{v_1(t)}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{v_1(t)}{1+\frac{R_2}{R_1}}$

donc $K = v_1/v_2 = 1+\frac{R_2}{R_1}$

2) $i_C(t) = C.\frac{dv_C}{dt}$

3) Loi des nœuds : $i_C(t) = i_R(t) + i_C'(t) \Leftrightarrow i_C(t)= \frac{v_2(t)}{R} + C\frac{dv_2}{dt}$

Or $v_1(t) - Ri_C(t) - v_C(t) - v_2(t) = 0$

On dérive : $\frac{dv_1}{dt} = R\frac{di_C}{dt} + \frac{i_C}{C} + \frac{dv_2}{dt} = R\left(\frac{1}{R}\frac{dv_2}{dt} + C\frac{d^2v_2}{dt^2}\right) + \left(\frac{v_2(t)}{RC} + \frac{dv_2}{dt}\right) + \frac{dv_2}{dt}$

Donc $\frac{dv_1}{dt} = RC\frac{d^2v_2}{dt^2} + 3\frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2(t)}{RC}$

4) Avec $v_1(t) = K.v_2(t)$: $RC\frac{d^2v_2}{dt^2} + (3-K)\frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2(t)}{RC} = 0$

5) Oscillations sinusoïdales si le terme du 1^e ordre est nul : K = 3 donc $R_2 = 2.R_1 = 20$ kΩ
Dans ces conditions, on a

$$\frac{d^2v_2}{dt^2} + \omega_0^2 v_2 = 0$$

A identifier à $\frac{d^2v_2}{dt^2} + \frac{v_2(t)}{R^2C^2} = 0$ donc $\omega_0 = 1/RC$ donc $f_0 = \omega_0/2\pi = 1/2\pi RC = 1{,}6$ kHz

5) $R_2 = 18$ kΩ donne K = 2,8 donc 3 – K > 0 : système stable (car les signes des coefficients sont identiques) donc solution oscillante amortie en exponentielle décroissante : deuxième enregistrement

$R_2 = 22$ kΩ donne K = 3,2 donc 3 – K < 0 : système instable donc solution oscillante amplifiée en exponentielle croissante : premier enregistrement.