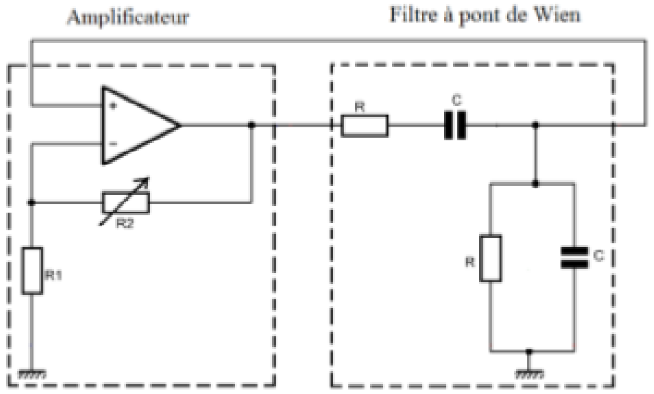
I. Fonctionnement en blocs de l'oscillateur

Pour comprendre le fonctionnement de ce montage, il est utile d'étudier séparément les deux blocs qui le constituent. L'oscillateur est un système *bouclé* : la sortie de chaque bloc est connectée à l'entrée de l'autre.



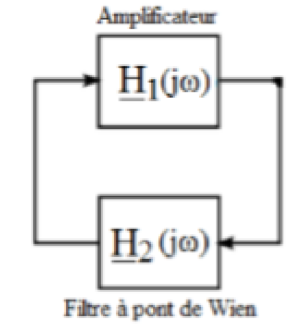


Schéma-bloc équivalent

- Le bloc amplificateur a un fonctionnement linéaire pour l'ALI, permettant d'assurer $V_- = V_+$ et de retrouver la fonction de transfert $\underline{H_1} = 1 + R_2/R_1$ (Millman ou diviseur de tension)
- Le bloc filtre est un passe-bande de fréquence propre f_0 = fréquence de résonance = $\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$ par identification avec la fonction de transfert $\underline{H_2}$ d'un passe-bande d'ordre 2. Son gain maximal est 1/3 donc on anticipe que l'amplificateur devra avoir un gain A = 3 pour assurer une stabilité d'amplitude des oscillations qui vont apparaître.

- SI LE SYSTEME A UN FONCTIONNEMENT SINUSOIDAL, on a $\boxed{\underline{\mathbf{H_1}}.\underline{\mathbf{H_2}} = \frac{\underline{v_1}}{\underline{v_2}}.\frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}} = \mathbf{1}}$ (critère de Barkhausen). Cela permet de prévoir les conditions d'oscillations sinusoïdales (gain A = 3 pour l'amplificateur) et la fréquence des oscillations (liée à la fréquence propre du filtre)

- SI le système ne remplit pas ces conditions, il peut :
  - Soit ne pas installer d'oscillations si le gain n'atteint pas 3.
  - Soit installer des oscillations non sinusoïdales, dues à la saturation de l'ALI. Cette distorsion harmonique (augmentation du nombre d'harmoniques) est plus importante si le gain est plus important et s'éloigne de la valeur A = 3.

II. Naissance, vie ou mort des oscillations : utilisation de l'équation différentielle de fonctionnement

- Pour obtenir l'équation différentielle de fonctionnement temporel de l'oscillateur, il faut établir l'équation différentielle pour chaque bloc et les assembler :

Méthode 1 : Utilisation de la fonction de transfert où jω ↔d/dt	Méthode 2 : Utilisation des lois des mailles/nœuds
$\underline{H_1} = \frac{\underline{v_1}}{\underline{v_2}} = A = 1 + R_2/R_1$ donc $v_1(t) = A.v_2(t)$	En utilisant $V_+ = V_- = v_2(t)$ et $i_- = 0$, on obtient par un pont diviseur de tension $v_2(t) = \frac{R_1}{R_1+R_2}.v_1(t)$ donc $v_1(t) = A.v_2(t)$
$\underline{H_2} = \frac{jRC\omega}{1-R^2C^2\omega^2+3jRC\omega} = \frac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}}$ Donc $jRC\omega\underline{v_1} = \underline{v_2} - R^2C^2\omega^2\underline{v_2} + 3jRC\omega\underline{v_2}$ D'où $RC\frac{dv_1}{dt} = v_2(t) + R^2C^2\frac{d^2v_2}{dt^2} + 3RC\frac{dv_2}{dt}$	Loi des mailles : $v_1(t) - Ri_C(t) - v_C(t) = v_2(t)$ Avec $i_C(t) = C.\frac{dv_C}{dt} = v_2(t)/R + C\frac{dv_2}{dt}$ (loi des nœuds) On dérive : $\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} - RC\frac{d^2v_2}{dt^2} - \frac{v_2}{RC} - \frac{dv_2}{dt} = \frac{dv_2}{dt}$

Au final : $\boxed{\frac{d^2v_2}{dt^2} + \frac{3-A}{RC}\frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{R^2C^2} = 0}$

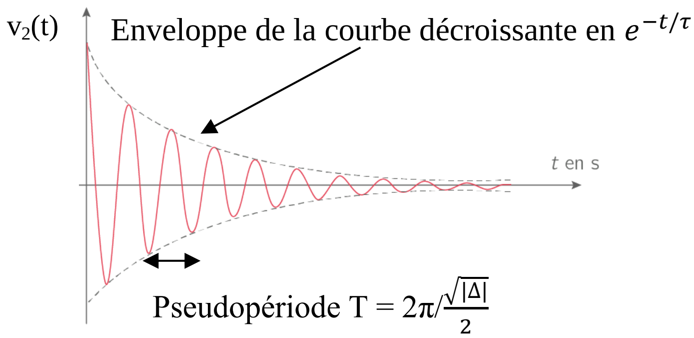
Les solutions sont oscillatoires si : $\Delta = (3-A)^2/R^2C^2 - 4/R^2C^2 = (1-A)(5-A)/R^2C^2 < 0 \Leftrightarrow A \in]1\,;5[$

pour (C) : $x^2 + \frac{3-A}{RC}x + \frac{1}{R^2C^2} = 0$ dont les racines sont $-\frac{3-A}{2RC} \pm j\,\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}$

Donc les solutions temporelles sont : $\boxed{v_2(t) = \exp(-\frac{3-A}{2RC}.t).[A.\cos(\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}.t) + B.\sin(\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}.t)]}$

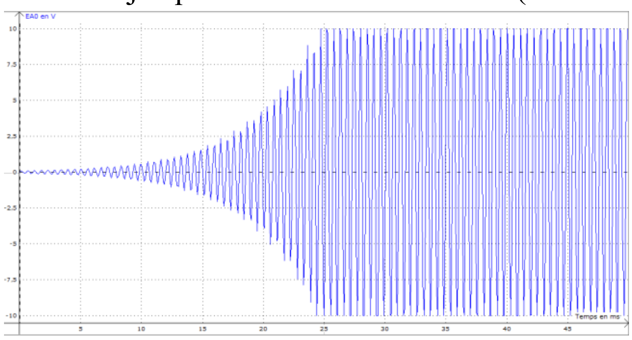
- Les solutions sont purement **sinusoïdales** si $\exp(-\frac{3-A}{2RC}.t) = 1$ pour tout t donc A = 3 (on retrouve le résultat du critère d'argument de Barkhausen)
  On retrouve alors l'équation différentielle associée à **l'oscillateur harmonique non amorti** :
  $$\frac{d^2v_2}{dt^2} + \omega_0^2 v_2 = 0$$
  Les oscillations sont sinusoïdales de fréquence $\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}$ (on retrouve le résultat du critère d'argument de Barkhausen) : VIE des oscillations sinusoïdales

- Si A < 3, le système est **stable : tous les coefficients** de l'équation différentielle **ont le même signe**
  $$\frac{d^2v_2}{dt^2} + \frac{3-A}{RC}\frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{R^2C^2} = 0 \text{ avec } \frac{3-A}{RC} > 0$$
  Le terme $\exp(-\frac{3-A}{2RC}.t)$ tend vers 0 en une durée caractéristique 5.τ = $\frac{10RC}{3-A}$ (identifier τ dans $e^{-t/\tau}$).
  Les oscillations ne peuvent pas exister de manière durable : on obtient un régime pseudopériodique amorti (MORT des oscillations)



- Si A > 3, le système est **instable** : les coefficients de l'équation différentielle ont des signes différents :
  $$\frac{d^2v_2}{dt^2} + \frac{3-A}{RC}\frac{dv_2}{dt} + \frac{v_2}{R^2C^2} = 0 \text{ avec } \frac{3-A}{RC} < 0$$

  Le terme $\exp(-\frac{3-A}{2RC}.t)$ augmente à partir d'une valeur faible (tension de sortie de l'ALI non nulle par défaut de l'ALI) exponentiellement jusqu'à la saturation de l'ALI (NAISSANCE des oscillations) :



<u>Le régime transitoire</u> du type $e^{+t/\tau}$[A.cos($\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}$.t) + B.sin($\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}$.t)] dure davantage de temps si τ = $\frac{2RC}{A-3}$ est grand (donc si A proche de 3)

Pour estimer la durée du régime transitoire (≠ 5τ), il suffit de résoudre $\exp(-\frac{3-A}{2RC}.t) = +V_{sat}$

Compléments :

- Que se passe-t-il pour l'ALI lors du régime oscillatoire ?
  - A la fin du régime transitoire, l'ALI est **à saturation** donc $v_1(t)$ = cste donc l'équation différentielle est modifiée :

$$0 = v_2(t) + R^2C^2\frac{d^2v_2}{dt^2} + 3RC\,\frac{dv_2}{dt}$$

  Elle est caractéristique d'un système stable qui diminue $v_2(t)$ exponentiellement avec le temps caractéristique 2RC/3.

  - Lorsque la tension $v_2(t)$ atteint la valeur $\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat}$, on a alors $\varepsilon = v_2(t) - V_- = 0$: l'ALI reprend son **fonctionnement linéaire**. Si A est grand, cette durée de retour au fonctionnement linéaire est plus long (valeur à atteindre plus proche de 0) et le signal n'est pas sinusoïdal.

- Comment estimer la durée τ caractéristique de la croissance ou décroissance des oscillations selon le cas ? On utilise la méthode du décrément logarithmique :

Cas de la décroissance des oscillations :

$v_2(t) = \lambda.e^{-t/\tau}.\cos(\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}.t+\varphi)$ (forme condensée de cos et sin)

pour 2 maxima successifs : $v_{2max1} = \lambda.e^{-t_1/\tau}$

et $v_{2max2} = \lambda.e^{-t_2/\tau}$

$v_{2max1}/v_{2max2} = e^{(t_2-t_1)/\tau} = e^{T/\tau}$

donc $\tau = \frac{T}{\ln(\frac{v_{2max1}}{v_{2max2}})}$ (T pseudo-période)

Cas de la croissance des oscillations :

$v_2(t) = \lambda.e^{+t/\tau}.\cos(\frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}.t+\varphi)$

pour 2 maxima successifs : $v_{2max1} = \lambda.e^{t_1/\tau}$

et $v_{2max2} = \lambda.e^{t_2/\tau}$

$v_{2max2}/v_{2max1} = e^{T/\tau}$

donc $\tau = \frac{T}{\ln(\frac{v_{2max2}}{v_{2max1}})}$