

Exemple 1

$$1) A = e^3 \sqrt{e} = e^3 \times e^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{7}{2}}$$

$$3) C = (e^x)^5 \times e^{-2x} = e^{5x} \times e^{-2x} = e^{3x}$$

$$5) E = \frac{e^x + e^{-x}}{e^{-2x}} = (e^x + e^{-x})e^x \\ = e^{2x} + e^0 = e^{2x} + 1$$

Exemple 2

$$1) \frac{e^{-x}}{e^x + 1} = \frac{e^{-2x}}{1 + e^{-x}} \Leftrightarrow e^{-x}(1 + e^{-x}) = e^{-2x}(e^x + 1) \\ \Leftrightarrow e^{-x} + e^{-2x} = e^{-x} + e^{-2x}$$

$$\text{Donc } \frac{e^{-x}}{e^x + 1} = \frac{e^{-2x}}{1 + e^{-x}}$$

$$3) \frac{e^x - 2}{e^x + 1} = 1 - \frac{3}{e^x + 1} \Leftrightarrow \frac{e^x - 2}{e^x + 1} = \frac{e^x + 1 - 3}{e^x + 1} \\ \Leftrightarrow \frac{e^x - 2}{e^x + 1} = \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$$

$$\text{Donc } \frac{e^x - 2}{e^x + 1} = 1 - \frac{3}{e^x + 1}$$

Exemple 3

1] Soit (E_1) l'équation: $e^{-x^2} = e^{2x+1}$

$$(E_1) \Leftrightarrow -x^2 = 2x+1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

(E_1) a une seule solution: -1 .

3] Soit (E_3) l'équation: $e^x - e^{-x} = 0$

$$(E_3) \Leftrightarrow e^x = e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow x = -x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

(E_3) a une seule solution: 0 .

5] Soit (E_5) l'équation: $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$

On pose $X = e^x$. Donc $X^2 = (e^x)^2 = e^{2x}$

$$(E_5) \Leftrightarrow X^2 - 5X + 6 = 0$$

Le discriminant de $X^2 - 5X + 6$ est $\Delta = 25 - 24 = 1$

$$(E_5) \Leftrightarrow X = \frac{5+1}{2} \text{ ou } X = \frac{5-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow X = 3 \text{ ou } X = 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = 3 \text{ ou } e^x = 2$$

$$\Leftrightarrow e^x = e^{\ln 3} \text{ ou } e^x = e^{\ln 2}$$

$$\Leftrightarrow x = \ln 3 \text{ ou } x = \ln 2$$

L'ensemble des solutions de (E_5) est $S = \{\ln 3, \ln 2\}$

Exemples 4

1] Soit (I_1) l'inéquation: $e^{-x} \leq e^x$

$$(I_1) \Leftrightarrow -x \leq x$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0$$

L'ensemble des solutions de (I_1) est $S = [0, +\infty[$

3] Soit (I_3) l'inéquation: $e^{x^2-x} \leq 1$

$$(I_3) \Leftrightarrow e^{x^2-x} \leq e^0$$

$$\Leftrightarrow -x^2-x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -x(x+1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty; -1] \cup [0; +\infty[\text{ car la parabole d'équation } y = -x^2 - x \text{ est du type } \text{A}$$

L'ensemble des solutions de (I_3) est:

$$S =]-\infty; -1] \cup [0; +\infty[$$

5] Soit (I_5) l'inéquation: $e^{2x} - 7e^x + 12 > 0$

On pose $X = e^x$. Ainsi $X^2 = (e^x)^2 = e^{2x}$

$$(I_5) \Leftrightarrow X^2 - 7X + 12 > 0$$

Le discriminant de $X^2 - 7X + 12$ est $\Delta = 49 - 48 = 1$

Ainsi $X^2 - 7X + 12$ a deux racines: $X_1 = \frac{7+1}{2} = 4$
et $X_2 = \frac{7-1}{2} = 3$.

La parabole d'équation $y = x^2 - 7x + 12$ est du type 

$$(I_5) \Leftrightarrow X \in]-\infty; 3[\cup]4; +\infty[$$

$$\Leftrightarrow X < 3 \text{ ou } X > 4$$

$$\Leftrightarrow e^x < 3 \text{ ou } e^x > 4$$

$$\Leftrightarrow e^x < e^{\ln 3} \text{ ou } e^x > e^{\ln 4}$$

$$\Leftrightarrow x < \ln 3 \text{ ou } x > \ln 4$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty; \ln 3[\cup]\ln 4; +\infty[$$

L'ensemble des solutions de (I_5) est:

$$S =]-\infty; \ln 3[\cup]\ln 4; +\infty[$$