Exercice 1 : Jeux d'enfants

Partie A : Toboggans aquatiques

Méthode 1 : Conservation de l'énergie mécanique en l'absence de frottements

Hypothèse vitesse initiale nulle

Lecture de l'altitude initiale H

½ m.0² + mgH = ½ mv² + 0 (vitesse initiale nulle) donc v = $\sqrt{2gH}$

Toboggan 1 : v = 4,9 m.s^{-1}

Toboggan 2 : v = 6,6 m.s^{-1}

Méthode 2: Loi de l'énergie cinétique $\Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\overrightarrow{R_N})$

Hypothèse vitesse initiale nulle donc ΔE_c = ½ mv² - ½ m.0²

Lecture de l'altitude initiale H donc $W(\vec{P})$ = + mgH (force mortice)

$W(\overrightarrow{R_N})$ = 0 car orthogonale au mouvement

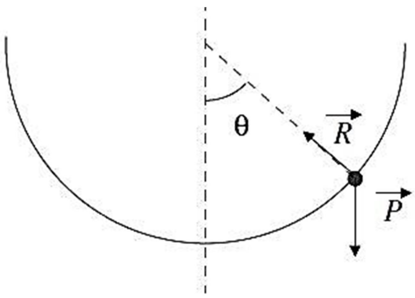
Ainsi ½ mv² - ½ m.0² = + mgH donc v = $\sqrt{2gH}$

Toboggan 1 : v = 4,9 m.s^{-1}

Toboggan 2 : v = 6,6 m.s^{-1}

Méthode 3: 2e loi de Newton projetée dans la base polaire

$m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{R_N}$ avec $\vec{a} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{u_r}$ et $\vec{P} = mgcos\theta\overrightarrow{u_r} - mgsin\theta\overrightarrow{u_\theta}$ et $\overrightarrow{R_N} = -N\overrightarrow{u_r}$



Projection selon $\overrightarrow{u_\theta}$: $mR\ddot{\theta} = -mgsin\theta$

Donc aux petits angles: $\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

Solutions $\theta(t) = A.\cos(\omega_0 t) + B.\sin(\omega_0 t)$ donc $\dot{\theta}(t) = -A\omega_0.\sin(\omega_0 t) + B\omega_0\cos(\omega_0 t)$

A t = 0, vitesse initiale nulle donc $\dot{\theta}(t = 0) = B\omega_0 = 0$ donc B = 0

$$\theta(t=0) = A = \arccos(\frac{R-H}{R})$$

Donc $\theta(t) = A.\cos(\omega_0 t)$ avec A= $\arccos(\frac{R-H}{R})$ et $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$

A la fin du movement θ(tf) = 0 donc $\omega_0 t_f = \frac{\pi}{2}$ donc v(t) = R.$\dot{\theta}(t_f) = -RA\omega_0.\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -RA\omega_0$

On obtient numériquement:

Toboggan 1: A = 1,16 rad et ω_0 = 2,21 rad.s^{-1} donc v = 5,1 m.s^{-1}

Toboggan 2: A = 1,10 rad et ω_0 = 1,56 rad.s^{-1} donc v = 6,9 m.s^{-1}

Ces valeurs sont un peu différentes car approchées à cause de l'approximation des petits angles.

Partie B: Balançoire

1) Système = {enfant}; Référentiel terrestre suppose galiléen
   Bilan des forces : poids ; réaction normale de l'assise ; force de frottements linéaire

Méthode 1 : 2e loi de Newton :

2e loi de Newton : $m\overrightarrow{a_G} = \vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \vec{F}$

Projection selon $\overrightarrow{u_\theta}$: $m\ell\ddot{\theta} = -mgsin\theta + 0 - h\ell\dot{\theta}$

Ainsi : $\ddot{\theta} + \frac{h}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{\ell}sin\theta = 0$

Méthode 2 : Loi de la puissance cinétique $\frac{dE_c}{dt} = P(\vec{P}) + P(\overrightarrow{R_N}) + P(\vec{F})$

$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2\right) = \frac{1}{2}m\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta}$ d'une part

D'autre part, $P(\vec{P}) + P(\overrightarrow{R_N}) + P(\vec{F}) = \vec{P}.\vec{v} + \overrightarrow{R_N}.\vec{v} + \vec{F}.\vec{v} = -mgsin\theta.\ell\dot{\theta} + 0 - h\ell\dot{\theta}.\ell\dot{\theta}$ car $\vec{v} = \ell\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$

Ainsi : $\frac{1}{2}m\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} = -mgsin\theta.\ell\dot{\theta} + 0 - h\ell\dot{\theta}.\ell\dot{\theta}$

En simplifiant $\ddot{\theta} + \frac{h}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{\ell}sin\theta = 0$

Méthode 3 : Diminution de l'énergie mécanique $\frac{dE_m}{dt} = P(\overrightarrow{R_N}) + P(\vec{F})$

D'une part, $\frac{dE_m}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2 - mgx\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\ell^2\dot{\theta}^2 - mg\ell cos\theta\right) = \frac{1}{2}m\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + mg\ell.sin\theta.\dot{\theta}$

D'autre part, $P(\overrightarrow{R_N}) + P(\vec{F}) = \overrightarrow{R_N}.\vec{v} + \vec{F}.\vec{v} = +0 - h\ell\dot{\theta}.\ell\dot{\theta}$ car $\vec{v} = \ell\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$

Ainsi : $\frac{1}{2}m\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + mg\ell.sin\theta.\dot{\theta} = -h\ell\dot{\theta}.\ell\dot{\theta}$

En simplifiant $\ddot{\theta} + \frac{h}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{\ell}sin\theta = 0$

2) Aux petits angles : $\ddot{\theta} + \frac{h}{m}\dot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0$ donc $\frac{g}{\ell} = \omega_0^2$ donc $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{\ell}}}$

Enfant A : ℓ = 1,95 m (en considérant l'attache à 5 cm = 1 rayon en dessous du niveau moyen de la poutre) donc T_0 = 2,80 s

Enfant B : ℓ = 1,85 m donc T_0 = 2,73 s

3) Equation caractéristique (C) : $x^2 + \frac{h}{m}x + \frac{g}{\ell} = 0$ donc $\Delta = \left(\frac{h}{m}\right)^2 - 4\frac{g}{\ell} < 0$ car pseudopériodique

a) Solutions $\frac{-\frac{h}{m} \pm i\sqrt{4\frac{g}{\ell} - \left(\frac{h}{m}\right)^2}}{2}$ donc $-\frac{1}{\tau} = -\frac{h}{2m}$ donc $\tau = 2m/h$

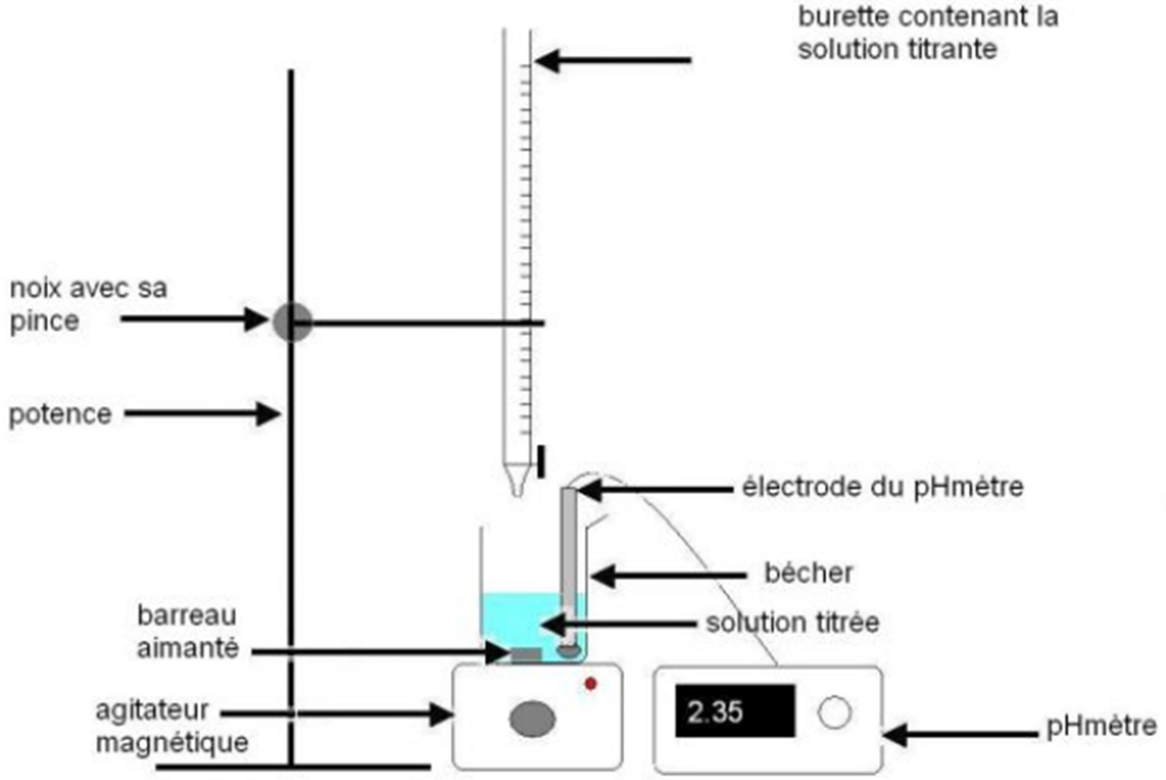
b) Pour les 2 enfants, τ = 8 s

c) Enfant A : $3\tau/T_0$ = 8,5 balancers

Enfant B : $3\tau/T_0$ = 8,8 balancers

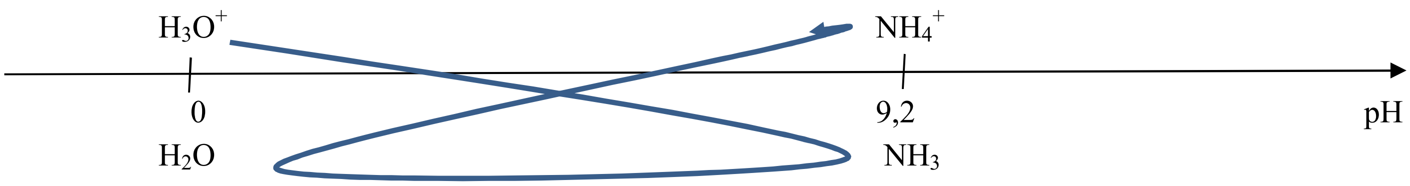
Exercice 2 : Dosage d'une base faible

1) Pour un dosage pH-métrique :



2) $H_3O^+ + NH_3 = H_2O + NH_4^+$

3) Règle du gamma: gamma à l'endroit donc $K = 10^{+(9,2-0)} = 10^{9,2} > 10^4$: quasi-totale.



4) $V_e = 12{,}2$ mL

5) Tableau d'avancement à l'équivalence:

	H_3O^+ +	NH_3 =	H_2O +	NH_4^+
Etat initial	$C_a.V_e$	$C_b.V_b$	Excès	0
Etat final	$C_a.V_e$ - x_{max}= 0	$C_b.V_b$ - x_{max} = 0	Excès	x_{max}

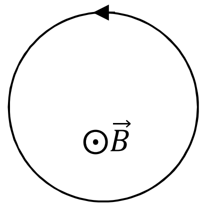
$x_{max} = C_a.V_e = C_b.V_b$ donc $V_b = C_aV_e/V_b = 0{,}122$ mol.L^{-1}

6) A l'équivalence, $pH_e = 5{,}2$ donc l'indicateur adapté est le rouge de méthyle (virage 4,2-6,2) qui passe de jaune à rouge par diminution du pH.

7) Avant l'équivalence dans le bécher, [NH_4^+] augmente, [Cl^-] augmente donc la conductivité augmente. Après l'équivalence, dans le bécher [H_3O^+] augmente, [NH_4^+] stagne, [Cl^-] augmente donc la conductivité augmente. Comme H_3O^+ a une forte conductivité ionique, la conductivité augmente plus rapidement qu'avant l'équivalence.

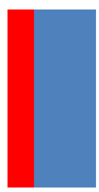
Exercice 3 : Balance de Cotton

1) a) Création du champ magnétique $\vec{B}$ à l'aide d'un solénoïde :



b) Création du champ magnétique $\vec{B}$ à l'aide d'un aimant en U (du Nord vers le Sud) :

$\odot\vec{B}$

Nord vers l'arrière  Sud vers l'avant

2) $\vec{F} = NI\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B} = NI\begin{pmatrix} \ell \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -NIB\ell \\ 0 \end{pmatrix}$

3) Pour que la balance soit en équilibre (mêmes bars de levier), il faut $\|\vec{P}\| = \|\vec{F}\|$ donc mg = NIBℓ donc m = $\frac{NBI\ell}{g}$

4) B = $\frac{mg}{NI\ell} = 105\ mT$

			Compris	A retravailler	Non maîtrisé
Exercice 1 : Jeux d'enfants					
A		/2			
B 1)		/1			
2)		/1			
3)		/1			
Total exercice 1 : /5					
Exercice 2 : Dosage d'une base faible					
1)		/0,25			
2)		/0,5			
3)		/0,5			
4)		/0,25			
5)		/1			
6)		/0,25			
7)		/0,25			
Total exercice 2 : /3					
Exercice 3 : Balance de Cotton					
1)a et b		/1			
2)		/0,5			
3)et 4)		/0,5			
Total exercice 3 : /2					