

Exercice 1 : Jeux d'enfants (5 points sur 10)

Partie A : Toboggans aquatiques

On considère 2 enfants de même masse $m = 15 \text{ kg}$ sur 2 toboggans de forme circulaire différents. Calculer à l'aide des dimensions fournies sur le schéma précisant la position initiale, la valeur de la vitesse atteinte en bas du toboggan en l'absence de frottement (valable dans le cas d'un toboggan aquatique). On veillera à bien préciser la démarche employée et les hypothèses nécessaires.



Partie B : Balançoire

Deux enfants font de la balançoire sur un portique identique dont les caractéristiques sont précisées ci-dessous :

Dimensions :

Hauteur de la poutre : 2.50 m

Pieds :

- Diamètre : 8 cm
- Longueur : 3,0 m

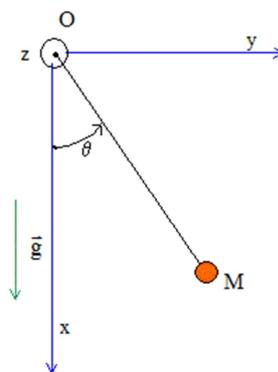
Poutre :

- Diamètre : 10 cm
- Longueur : 3,0 m



Au repos, l'enfant A a son assise à 50 cm du sol et l'enfant B à 60 cm du sol. Les 2 enfants sont de même gabarit et de même masse $m = 20 \text{ kg}$. Leur comportement aérodynamique est caractérisé par un coefficient de frottement fluide linéaire $h = 5 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ (c'est-à-dire que la force \vec{F} modélisant les frottements est du type $\vec{F} = -h \cdot \vec{v}$)

On modélise le mouvement d'une enfant dans le référentiel terrestre comme celui d'un simple avec frottements paramétré par l'angle θ précisé sur le schéma ci-contre :



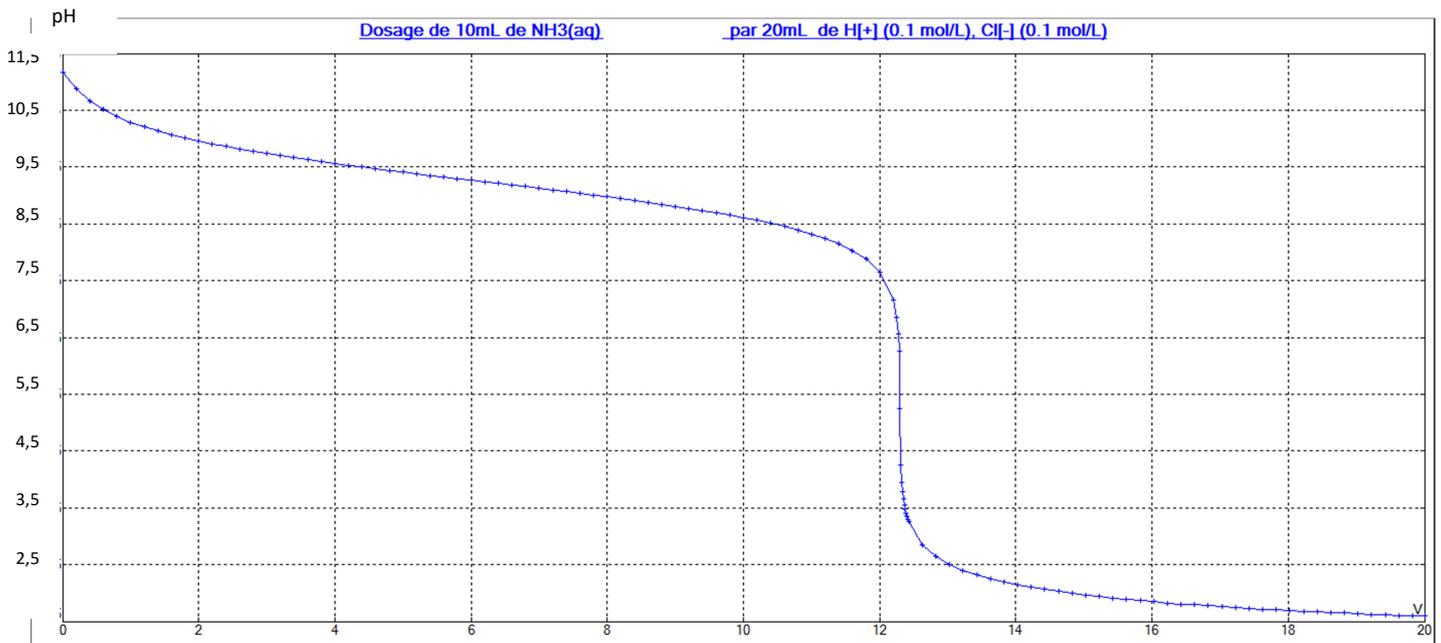
- 1) Par la méthode de votre choix, établir l'équation différentielle du 2^e ordre satisfaite par l'angle $\theta(t)$ décrivant la position de la corde par rapport à la verticale.
- 2) Dans le cadre de l'approximation des petits angles, déterminer l'expression de la période propre T_0 des oscillations. La calculer dans le cas de l'enfant A et de l'enfant B. On donne $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$
- 3) Compte-tenu des frottements, on estime la durée totale du balancer (sans intervention extérieure ni des enfants eux-mêmes) à $3.\tau$ avec τ temps caractéristique d'amortissement des oscillations.

On rappelle que pour l'équation caractéristique (C) associée à l'équation différentielle linéarisée à la question 2, les solutions complexes sont du type : $-\frac{1}{\tau} \pm j\Omega$

- a) Exprimer, en justifiant, τ , en fonction de h et m .
- b) Le calculer pour chaque enfant.
- c) Combien chaque enfant effectuera-t-il d'aller-retour avant de s'arrêter ?

Exercice 2 : Titrage d'une base faible (3 points sur 10)

On dose $V_b = 10,0 \text{ mL}$ d'une solution d'ammoniac NH_3 par une solution d'acide chlorhydrique $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$ à la concentration $C_a = 0,100 \text{ mol.L}^{-1}$. Par suivi pH-métrique, on obtient la courbe suivante :



- 1) Schématiser le montage (légendé) permettant de réaliser le titrage.
- 2) Donner l'équation de la réaction de titrage.
- 3) Calculer sa constante d'équilibre. La réaction est-elle quasi-totale ?
- 4) Quel est le volume équivalent V_e obtenu lors de ce titrage?
- 5) En déduire la concentration C_b de la solution d'ammoniac. Justifier.
- 6) Comment choisit-on un indicateur coloré adapté à ce dosage ? Lequel est le plus adapté ici ? Préciser les couleurs (dans l'ordre) prises par le milieu.

- 7) Lors du dosage par conductimétrie, on observe, avant le point d'équivalence, une croissance quasi linéaire de la conductivité en fonction du volume de soude versé, puis, après l'équivalence, une autre variation linéaire plus importante que la précédente. Interpréter ces faits.

Données : $pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,20$, $pK_a(H_3O^+/H_2O) = ?$ (à savoir)

pK_a de quelques indicateurs colorés usuels :

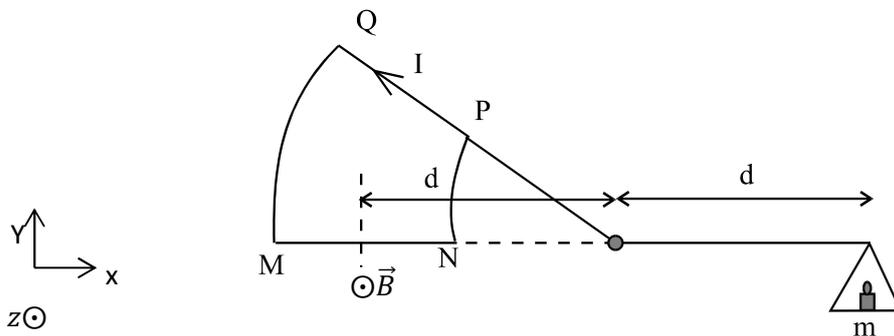
Nom	pK_a	couleur formes acide puis basique	
bleu de thymol	2,0	Rouge	jaune
Hélianthine	3,7	Rouge	jaune
rouge de méthyle	5,2	Rouge	jaune
bleu de bromothymol	6,8	Jaune	Bleu
rouge de crésol	8,0	Jaune	rouge
phénolphtaléine	9,0	Incolore	rosefuschia
jaune d'alizarine	11,0	Jaune	rouge - violet

Quelques valeurs de conductivité molaire ionique à 25°C :

	H_3O^+	NH_4^+	Cl^-
λ° ($mS.m^2.mol^{-1}$)	34,08	7,35	7,63

Exercice 3 : Balance de Cotton (2 points sur 10)

Une balance de Cotton est un dispositif rudimentaire de mesure de champ magnétique représenté sur le schéma ci-dessous. Elle est constituée d'une bobine de N spires de forme MNPQ, parcourue par un courant d'intensité I et soumise en partie à un champ magnétique uniforme et constant dans le temps.



On supposera que seules les forces de Laplace s'exerçant sur la partie MN de longueur ℓ ont une influence sur l'équilibre de la balance. Les bras de levier des 2 parties du fléau sont identiques, permettant ainsi l'équilibre lorsque le poids de m à droite équivaut à la force de Laplace exercée sur MN à gauche.

- Si on a à disposition un solénoïde de très grand diamètre, comment doit-on le placer et l'alimenter (sens du courant) pour obtenir le champ magnétique \vec{B} dans la direction et le sens proposé ci-dessus ?
 - Si on a plutôt à disposition un aimant en U, comment doit-on le placer pour obtenir le champ magnétique \vec{B} ?
- Donner les coordonnées de la force totale de Laplace \vec{F} s'exerçant sur la bobine soumise à l'action d'un champ magnétique de valeur B . On l'exprimera en fonction de N , I , B et la distance ℓ .
- Montrer que la masse m à placer sur la balance pour équilibrer le dispositif vaut $m = \frac{NBI\ell}{g}$
- Calculer le champ magnétique correspondant à la valeur suivante : $m = 11,3$ g, dans les conditions de fonctionnement : $N = 10$ spires, $I = 1,5$ A, $g = 9,8$ $m.s^{-2}$, $\ell = 7,0$ cm