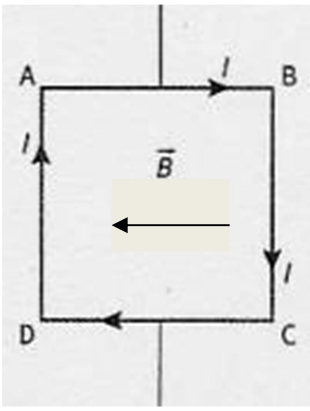
DEUXIEME PARTIE

Exemples de cours (à maîtriser)

Exemple 12.5 :
On considère un cadre rectangulaire ABCD, traversé par un courant d'intensité I, maintenu verticalement par deux fils tendus, et entièrement placé dans un champ magnétique uniforme B. Quel est l'effet de $\vec{B}$?

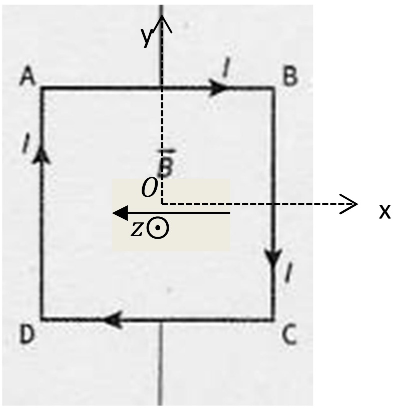


Exemple 12.6: Orienter et donner la norme du vecteur moment magnétique $\vec{\mu}$ d'une spire circulaire de rayon R = 10 cm et i = 1 A ?

Exemple 12.7 :
On considère un rotor rectangulaire tournant autour des milieux de 2 de ses faces. Il est constitué de N =100 spires. Les axes et les dimensions au cadre sont notés sur le schéma :

AB = CD = a = 5 cm

AD = BC = b = 8 cm



- Donner les coordonnées du vecteur moment magnétique $\vec{\mu}$ du cadre
- En déduire le vecteur couple $\vec{\Gamma}$
- Quel est le moment total M par rapport à (Oy) des actions mécaniques ? Application numérique pour i = 2,0 A et B = 1,0 T.

2. Quelle action magnétique s'exerce-t-elle sur un rotor ?

Le rotor est la partie d'une machine, mécanique ou électrique, qui interagit avec la partie fixe (statique) appelée le « stator ». Le rotor le plus simple est constitué d'un cadre conducteur pouvant pivoter.
La direction et le sens des forces de Laplace s'exerçant permettent de prédire le sens de la rotation.

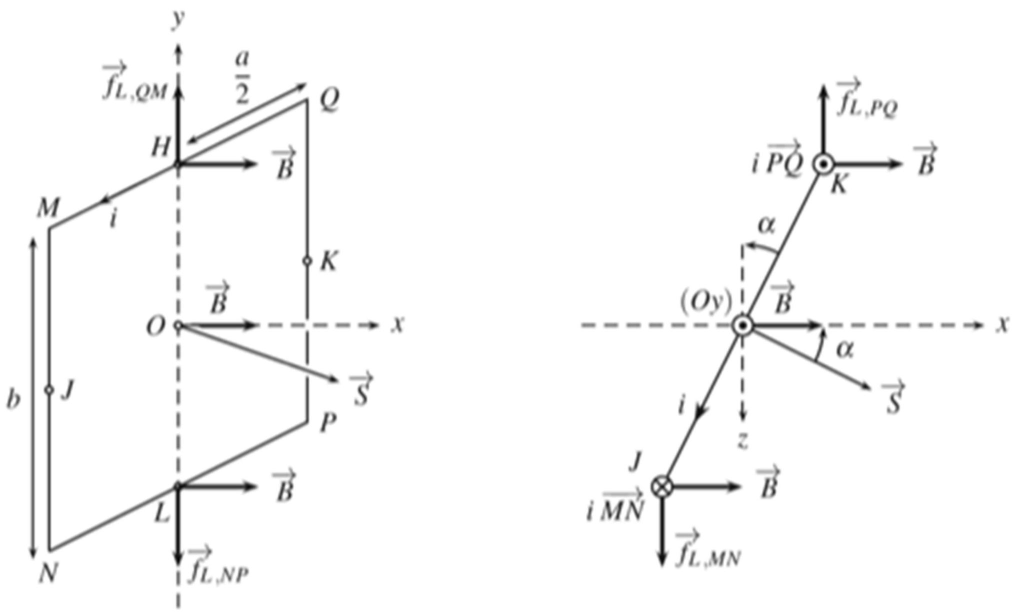
Exemple 12.5

Généralisation (pas important du tout !)

L'action mécanique subie par le rotor est un couple $\begin{Bmatrix} 0 & L \\ 0 & M \\ 0 & N \end{Bmatrix}$ dont les moments L,M,N sont les projections du vecteur couple $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \overrightarrow{B_{ext}}$ sur les axes choisis avec $\vec{\mu}$ vecteur moment magnétique du rotor (à définir)

Explication sur un cas de géométrie simple : Spire rectangulaire en rotation autour d'un axe transverse

On étudie une spire rectangulaire MNPQ de centre O parcourue par un courant d'intensité i, et plongée dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B}$ selon $\overrightarrow{u_x}$. On suppose que la spire peut tourner autour de l'axe (Oy) contenant les milieux de deux côtés opposés.



Vue en perspective — Vue de dessus

Exprimons les forces de Laplace sur chaque côté :

$$\overrightarrow{f_{L,NP}} = i\overrightarrow{NP} \wedge \vec{B} = i\begin{pmatrix} a.sin\alpha \\ 0 \\ -a.cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -Bacosa \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{f_{L,QM}} = i\overrightarrow{QM} \wedge \vec{B} = i\begin{pmatrix} -a.sin\alpha \\ 0 \\ a.cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Bacos\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ces 2 forces ont leur point d'application sur l'axe de rotation : elles ne provoquent pas de rotation.

$$\overrightarrow{f_{L,MN}} = i\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B} = i\begin{pmatrix} 0 \\ -b \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ibB \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{f_{L,PQ}} = i\overrightarrow{PQ} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -ibB \end{pmatrix}$$

S'ENTRAINER !

Ces 2 forces forment un couple : leur résultante est nulle mais leur point d'application différente provoque une rotation donc le moment total M n'est pas nul !

Calculons le moment total M des actions mécaniques (seulement $\overrightarrow{f_{L,MN}}$ et $\overrightarrow{f_{L,PQ}}$) par rapport à (Oy) (vu en SII, rappel de MISE AU POINT, utile seulement en CPGE3 !) :

<u>1</u>

1[e] <u>technique</u> (comme produit vectoriel)

Vecteur moment $\vec{\Gamma} = \begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \end{Bmatrix} = \overrightarrow{OJ} \wedge \overrightarrow{f_{L,MN}} + \overrightarrow{OK} \wedge \overrightarrow{f_{L,PQ}} = \begin{pmatrix} -\frac{a}{2}.sin\alpha \\ 0 \\ \frac{a}{2}cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ibB \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{a}{2}.sin\alpha \\ 0 \\ -\frac{a}{2}.cos\alpha \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -ibB \end{pmatrix}$

$\vec{\Gamma} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{a}{2}ibB.sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{a}{2}ibB.sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$ donc M = iab.B.sinα

2[e] <u>technique</u> (avec le bras de levier)

Les moments par rapport (Oy) valent $\pm\|\vec{F}\|$.(bras de levier)

D'abord le signe : avec (Oy) vers nous (vue de dessus) les 2 forces créent une rotation en sens trigonométrique donc chaque moment est positif.

Le bras de levier est la distance (en projection orthogonale) entre le point d'application et l'axe de rotation :

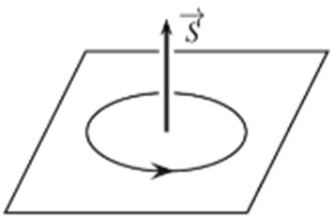
Pour la force $\overrightarrow{f_{L,MN}}$ (de norme ibB) appliquée en J, le bras de levier vaut $\frac{a}{2}.sin\alpha$

Pour la force $\overrightarrow{f_{L,PQ}}$ (de norme ibB) appliquée en K, le bras de levier vaut $\frac{a}{2}.sin\alpha$

Donc le moment total vaut M = ibB. $\frac{a}{2}.sin\alpha$ + ibB $\frac{a}{2}.sin\alpha$ = iab.B.sinα

Conclusion : Le sens (et la « rapidité ») de la rotation due aux forces de Laplace peut être prévue grâce à la méthode suivante :

1) <u>Exprimer le vecteur moment magnétique $\vec{\mu} = i\vec{S}$</u>
avec $\vec{S}$ vecteur surface du circuit mobile étudié :
direction : orthogonale au circuit
sens : orienté grâce à la main droite
norme : $\|\vec{S}\|$ surface totale du circuit
Attention aux circuits à plusieurs spires !



2) <u>Réaliser le produit vectoriel $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \overrightarrow{B_{ext}}$ avec le champ magnétique $\overrightarrow{B_{ext}}$ créé par un dispositif extérieur</u>

Le vecteur couple obtenu donne les moments par rapport aux différents axes $\begin{Bmatrix} L \\ M \\ N \end{Bmatrix}$

Exemples 12.6 et 12.7