

Ch 12 : Trigonometrie

Serie 12-3

Exemple 2

3) Soit (E) l'équation : $\sin(2x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$

$$(E) \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2x = \frac{\pi}{3} - 4x + k2\pi \\ \text{ou} \\ \frac{\pi}{2} - 2x = -\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

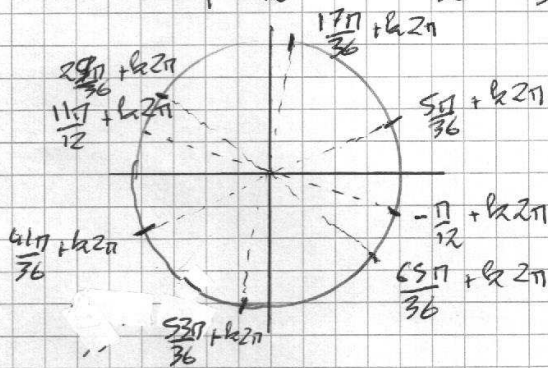
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \text{ou} \\ -4x - 2x = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \text{ou} \\ -6x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{5\pi}{36} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

L'ensemble des solutions de (E) est :

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi; \frac{5\pi}{36} + k\frac{\pi}{3} \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$



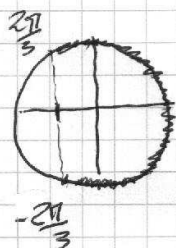
4) Dans $[0, 2\pi]$ l'ensemble des solutions est :

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{36}; \frac{17\pi}{36}; \frac{29\pi}{36}; \frac{11\pi}{12}; \frac{41\pi}{36}; \frac{53\pi}{36}; \frac{65\pi}{36}; \frac{23\pi}{12} \right\} \quad 1/2$$

Exemple 10

2) Soit (I_2) l'inéquation: $2\cos x + 1 > 0$

$$(I_2) \Leftrightarrow \cos x > -\frac{1}{2}$$



L'ensemble des solutions de (I_2) est la réunion des intervalles du type $[-\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi]$ avec $k \in \mathbb{Z}$

4) Soit (I_4) l'inéquation: $\sin x (2\cos x - 1) < 0$

On étudie le signe de chaque facteur sur $[-\pi; \pi]$

Facteur $\sin x$



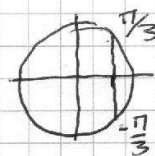
$$\sin x > 0 \Leftrightarrow x \in]0; \pi[$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = -\pi \text{ ou } x = 0 \text{ ou } x = \pi$$

Facteur $2\cos x - 1$

$$2\cos x - 1 > 0 \Leftrightarrow \cos x > \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}[$$



$$2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} \text{ ou } x = \frac{\pi}{3}$$

On dressa le tableau de signes :

x	$-\pi$	$-\pi/3$	0	$\pi/3$	π				
$\sin x$	0	-	-	0	+	+	0		
$2\cos x - 1$		-	0	+	+	0	-		
produit	0	+	0	-	0	+	0	-	0

L'ensemble des solutions de (I_4) est $S =]-\frac{\pi}{3}; 0[\cup]\frac{\pi}{3}; \pi[$