

Chapitre 13: Suites (1)

Série 13-3

Exemple 7

2) $u_3 = 12$ $u_5 = 0$

Entre u_3 compris et u_5 compris, on a 6 termes, donc 5 intervalles

$$\text{Ainsi } u_5 = u_3 + 5r \Leftrightarrow 0 = 12 + 5r$$

$$\Leftrightarrow r = -\frac{12}{5}$$

Entre u_0 compris et u_3 compris, on a 4 termes donc 3 intervalles

$$\text{Ainsi } u_3 = u_0 + 3r \Leftrightarrow 12 = u_0 + 3 \times \left(-\frac{12}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_0 = 12 + \frac{36}{5}$$

$$\Leftrightarrow u_0 = \frac{96}{5}$$

Entre u_0 compris et u_{18} compris, on a 19 termes donc 18 intervalles

$$\text{Ainsi } u_{18} = u_0 + 18r = \frac{96}{5} + 18 \times \left(-\frac{12}{5}\right) = \frac{96}{5} - \frac{216}{5} = -24$$

4) $u_{n+1} - u_n = 4(n+1) + 2 - (4n+2) = 4n+4+2-4n-2 = 4$

La suite (u_n) est arithmétique de raison 4.

$$\begin{aligned} 6) \quad v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{1}{\frac{4n+5}{5}} - \frac{1}{u_n} \\ &= \frac{5}{4n+5} - \frac{1}{u_n} = \frac{4u_n+5-5}{5u_n} = \frac{4u_n}{5u_n} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

La suite (v_n) est arithmétique de raison $\frac{4}{5}$.

$$\text{Or } v_0 = \frac{1}{u_0} = \frac{1}{1} = 1$$

De v_0 à v_n compris, on a $n+1$ termes donc n intervalles

$$\text{Ainsi } v_n = v_0 + n \times \frac{4}{5} = 1 + \frac{4}{5}n$$

$$\text{Comme } v_n = \frac{1}{u_n}, \text{ on a } u_n = \frac{1}{v_n} = \frac{1}{1 + \frac{4}{5}n} = \frac{5}{5+4n}$$

$$\frac{1}{3}$$

Exemple 8

$$2) \text{ On a: } S = 5 + 2 - 1 - 4 - \dots + 31 - 34$$

$$S = -34 - 31 - 28 - \dots + 2 + 5$$

$$2S = -29 - 29 - 29 - \dots - 29 - 29$$

Pour passer de S à -34 , on a un intervalle de longueur 39.

Or la raison est égale à -3 . On a donc ajouté 13 fois la

raison ainsi on a 14 termes

$$\text{Donc } 2S = (-29) \times 14$$

$$S = -29 \times 7 = -203$$

Exemple 9

$$2) u_3 = 2 \text{ et } u_7 = 18$$

Entre u_3 compris et u_7 compris, on a 5 termes donc
4 intervalles

$$\text{Ainsi } u_7 = u_3 \times q^4 \Leftrightarrow 18 = 2 \times q^4 \Leftrightarrow q^4 = 9$$

$$\Leftrightarrow q^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow q = \sqrt{3} \text{ ou } q = -\sqrt{3}$$

Entre u_3 et u_0 compris, on a 4 termes donc 3 intervalles

$$\text{Donc } u_3 = u_0 \times q \Leftrightarrow u_0 = \frac{u_3}{q}$$

$$\text{Ainsi } u_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ ou } u_0 = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow u_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ ou } u_0 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Entre u_7 et u_{15} compris, on a 9 termes donc 8 intervalles

$$\text{Donc } u_{15} = u_7 \times q^8 = 18 \times (\sqrt{3})^8 = 1458$$

Entre u_{15} et u_{20} compris, on a 6 termes donc 5 intervalles

$$\text{Donc } u_{20} = u_{15} \times q^5$$

$$\text{Ainsi } u_{20} = 1458 \times (\sqrt{3})^5 \text{ ou } u_{20} = 1458 \times (-\sqrt{3})^5$$

$$\Leftrightarrow u_{20} = 13122\sqrt{3} \text{ ou } u_{20} = -13122\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad v_{n+1} &= u_{n+1} - 9 = \frac{2}{3} u_n + 3 - 9 = \frac{2}{3} u_n - 6 \\ &= \frac{2}{3} (u_n - 9) = \frac{2}{3} v_n \end{aligned}$$

La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

$$\text{Or } v_0 = u_0 - 9 = 1 - 9 = -8.$$

De v_0 à v_n , on a $n+1$ termes donc n intervalles.

$$\text{Ainsi } v_n = v_0 \times q^n = (-8) \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\text{Comme } v_n = u_n - 9, \text{ on a : } u_n = v_n + 9.$$

$$\text{Donc } u_n = -8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 9$$

Exemple 10

$$2) \quad S = 2 + 6 + 18 + \dots + 39366 + 118098$$

$$3S = 6 + 18 + 54 + \dots + 118098 + 354294$$

$$3S - S = 354294 - 2$$

$$\Leftrightarrow 2S = 354292$$

$$\Leftrightarrow S = 177146$$

Exemple 11

$$2) \text{ a) } v_{n+1} = u_{n+1} - 9 = \frac{2}{3} u_n + 3 - 9 = \frac{2}{3} u_n - 6 = \frac{2}{3} v_n$$

La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{3}$.

b) De v_0 à v_n on a $(n+1)$ termes, donc on a multiplié n fois par la raison.

$$\text{Ainsi } v_n = v_0 \times q^n = -7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\text{Comme } v_n = u_n - 9, \text{ on a } u_n = v_n + 9$$

$$\text{Ainsi } u_n = 9 - 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\text{c) } \frac{2}{3} \in]-1, 1[\text{ donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$$

$$\text{Ainsi } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 9$$