

TD n° 12 Trigonométrie

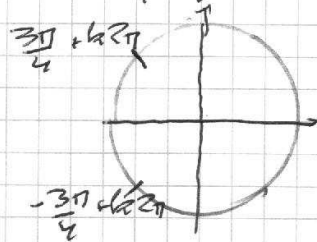
Exercice 8

1) $(E_1) \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{3\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

L'ensemble des solutions de (E_1) est :

$$S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$



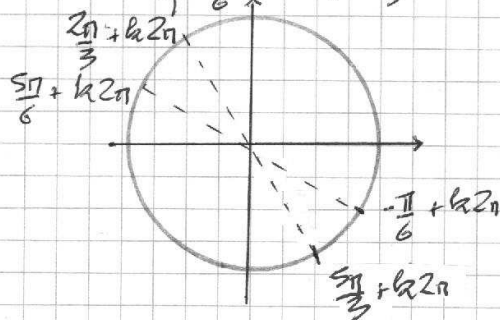
2) $(E_2) \Leftrightarrow \sin(2x) = \sin(-\frac{\pi}{3})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \text{ou} \\ 2x = \pi - (-\frac{\pi}{3}) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

L'ensemble des solutions de (E_2) est :

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

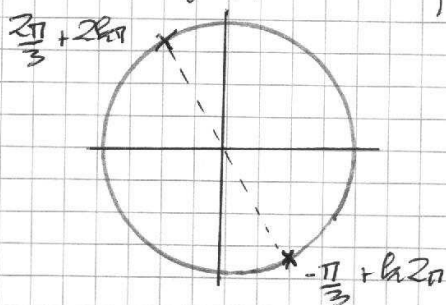


3) L'ensemble de définition de (E_3) est: $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$(E_3) \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Toutes ces valeurs appartiennent à D_f , l'ensemble des solutions de (E_3) est: $S = \left\{ -\frac{\pi}{3} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$



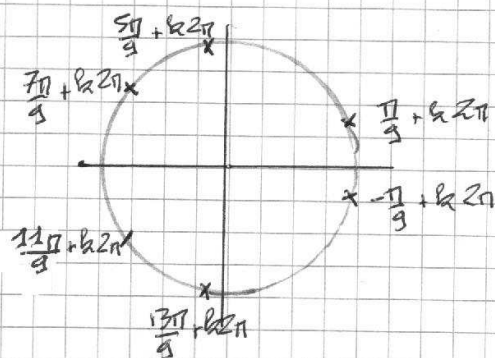
4) $(E_4) \Leftrightarrow \cos(3x) = \cos \frac{\pi}{3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

L'ensemble des solutions de (E_4) est:

$$S = \left\{ \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$



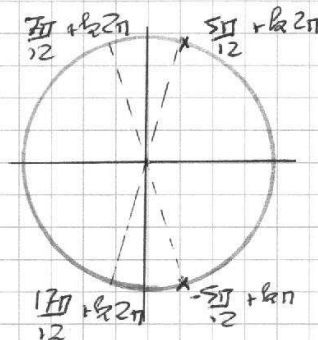
Exercice 3

$$1) (E_1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

L'ensemble des solutions de (E_1) est :

$$S = \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi; -\frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \right\}$$



$$2) (E_2) \Leftrightarrow \cos(3x + \pi) = -\cos(x - \frac{\pi}{3})$$

$$\Leftrightarrow -\cos(3x) = -\cos(x - \frac{\pi}{3})$$

$$\Leftrightarrow \cos(3x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$$

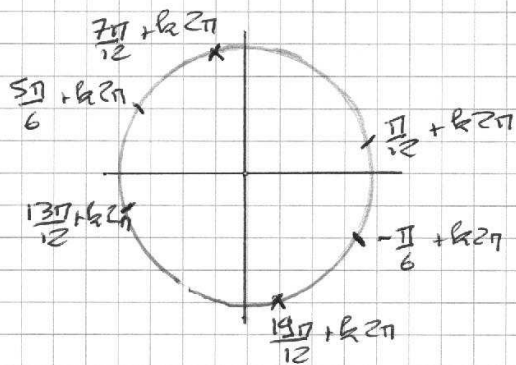
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = -(x - \frac{\pi}{3}) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

L'ensemble des solutions de (E_1) est :

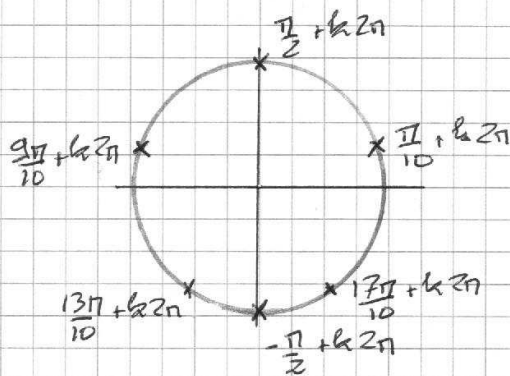
$$S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$



$$\begin{aligned}
 3) \quad (E_3) &\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \cos 3x \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2x = 3x + k2\pi \\ \frac{\pi}{2} - 2x = -3x + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} -5x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}
 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de (E_3) est :

$$S = \left\{ \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} ; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$



4) Soit $\mathcal{D}_f$ l'ensemble de définition de (E_4)

$$x \in \mathcal{D}_f \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \\ 2x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Donc } \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \text{ avec } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$(E_4) \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = 2x + \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Or toutes ces valeurs n'appartiennent pas à $\mathcal{D}_f$
donc l'ensemble des solutions de (E_4) est $S = \emptyset$.

Exercice 10

• L'ensemble des solutions de (E_1) dans $[-\pi; \pi]$ est:

$$S = \left\{ -\frac{7\pi}{12}; -\frac{5\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12} \right\}$$

• L'ensemble des solutions de (E_2) dans $[-\pi; \pi]$ est:

$$S = \left\{ -\frac{11\pi}{12}; -\frac{5\pi}{12}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}; \frac{5\pi}{6} \right\}$$

• L'ensemble des solutions de (E_3) dans $[-\pi; \pi]$ est:

$$S = \left\{ -\frac{7\pi}{10}; -\frac{\pi}{2}; -\frac{3\pi}{10}; \frac{\pi}{10}; \frac{\pi}{2}; \frac{9\pi}{10} \right\}$$

• L'ensemble des solutions de (E_4) dans $[-\pi; \pi]$ est

$$S = \emptyset$$