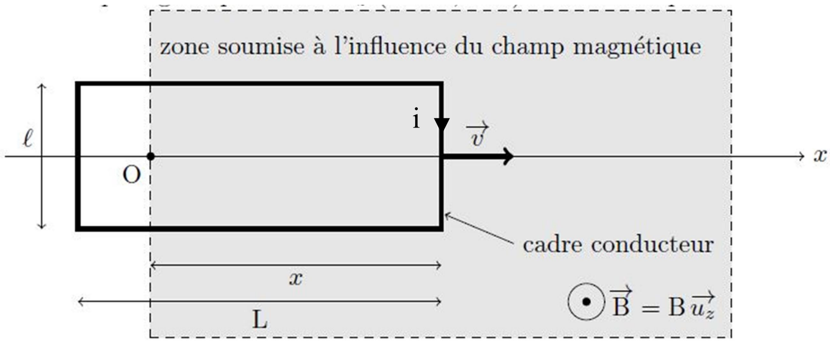
1) Question qualitative : La loi de Lenz implique que le sens du courant induit sera celui permettant la création d'une force de Laplace opposée au mouvement :
Pour obtenir une force selon $-\overrightarrow{u_x}$ (produit vectoriel – « majeur ») à partir du courant dans la partie avant du cadre (1[e] vecteur-« pouce ») et du champ magnétique selon $+\overrightarrow{u_z}$ (2[e] vecteur – « index »), il faut que le courant circule dans la partie avant du cadre selon $-\overrightarrow{u_y}$. Cela donne l'orientation du courant notée sur le schéma donc i > 0.

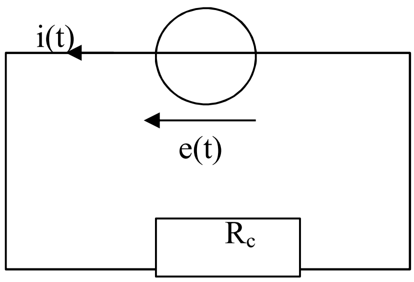


2) Grâce à la règle de la main droite, $\vec{S}$ selon $-\overrightarrow{u_z}$, donc le vecteur surface $\vec{S} = -\ell.x\,\overrightarrow{u_z}$

3) Flux magnétique $\Phi = \vec{B}.\vec{S} = \begin{pmatrix}0\\0\\B\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}0\\0\\-\ell.x\end{pmatrix} = -B.\ell.x$

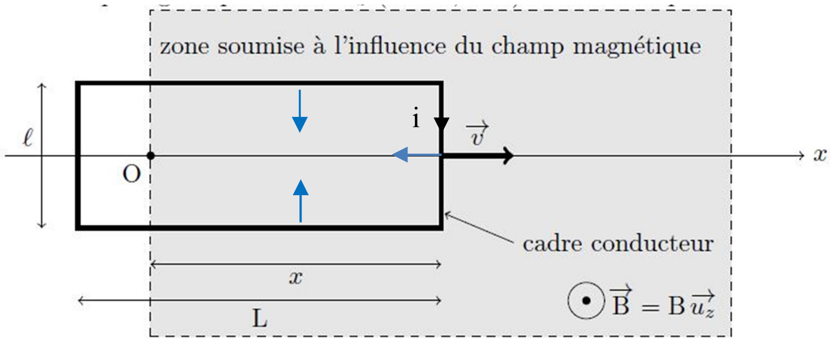
4) Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(-B.\ell.x) = B.\ell.v$

5) Schéma électrique équivalent à ce cadre mobile (attention à la convention générateur pour le générateur modélisant l'induction) :



Par une loi d'Ohm en sortie de générateur, $e = R_c.i$ donc $i = \frac{e}{R_c} = \frac{B.\ell.v}{R_c}$

6) 3 forces de Laplace $\overrightarrow{F_L}$ s'exercent sur le cadre (schématisées ci-dessous)
Les 2 forces selon $\overrightarrow{u_y}$ se compensent donc la résultante correspond uniquement à la force subie par l'avant du cadre et qui est selon $-\overrightarrow{u_x}$



$\overrightarrow{F_L} = i\vec{L} \wedge \vec{B}$ avec pour la partie avant du cadre le vecteur $\vec{L} = -\ell\overrightarrow{u_y}$

Donc $\overrightarrow{F_L} = i\begin{pmatrix}0\\-\ell\\0\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\0\\B\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-i\ell B\\0\\0\end{pmatrix} = -i\ell B\overrightarrow{u_x} = -\frac{B.\ell.v}{R_c}.\ell B\overrightarrow{u_x} = -\frac{B^2\ell^2 v}{R_c}\overrightarrow{u_x}$

7) 2e loi de Newton appliquée au cadre dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$m\vec{a} = \vec{P} + \overrightarrow{R_{sol}} + \overrightarrow{F_L}$

On projette sur l'axe (Ox) : $m\frac{dv}{dt} = 0 + 0 - \frac{B^2\ell^2 v}{R_C}$ (en supposant la réaction du sol purement normale, cohérent avec l'absence de frottements entre la luge et la piste).

8) L'équation sous forme canonique devient : $\frac{dv}{dt} + \frac{B^2\ell^2}{m.R_C} v = 0$.

Par identification avec la forme $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0$, on obtient $\tau = \frac{m.R_C}{B^2\ell^2} = 0{,}4$ s.