Exemple 7

$AB = 2 \quad AC = 3 \quad BC = 4$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \widehat{ACB}$

$\Longleftrightarrow 4 = 9 + 16 - 24 \cos \widehat{ACB}$

$\Longleftrightarrow \cos \widehat{ACB} = \dfrac{21}{24}$

$\Longleftrightarrow \cos \widehat{ACB} = \dfrac{7}{8}$

Ainsi $\widehat{ACB} \simeq 28,9°$ à 10^{-1} près

Exemple 8

1) $(\mathscr{D})$ a une équation du type $\sqrt{2}x + 4y + c = 0$
car $\vec{n}(\sqrt{2}; 4)$ est un vecteur normal de $(\mathscr{D})$)

$A \in (\mathscr{D}) \Longleftrightarrow \sqrt{2}\, x_A + 4 y_A + c = 0$

$\Longleftrightarrow \sqrt{2} + 12 + c = 0$

$\Longleftrightarrow c = -12 - \sqrt{2}.$

$(\mathscr{D})$ a par équation : $\sqrt{2}x + 4y = 12 + \sqrt{2}$

3) $(\mathscr{D})$ a par équation : $2x - y + 3 = 0$

Donc $\vec{n}(2; -1)$ est un vecteur normal de $(\mathscr{D})$.

4) $\vec{n}'(-1, 1)$ est un vecteur directeur de $(\mathcal{D}')$.

donc $\vec{n}(1, 1)$ est un vecteur normal de $(\mathcal{D})$

$(\mathcal{D})$ a une équation du type : $x+y+c=0$

$$A \in (\mathcal{D}) \iff x_A + y_A + c = 0$$
$$\iff 1 - 2 + c = 0$$
$$\iff c = 1$$

$(\mathcal{D})$ a par équation : $x+y+1=0$.

Exemple 9

1] Méthode 1

$M(x,y) \in (\mathscr{C}) \iff \vec{MA}.\vec{MB} = 0$

$\iff \vec{AM}.\vec{BM} = 0$

$\iff \begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x+3 \\ y-2 \end{pmatrix} = 0$

$\iff (x-4)(x+3) + (y+1)(y-2) = 0$

$\iff x^2 - x - 12 + y^2 - y - 2 = 0$

$\iff x^2 + y^2 - x - y - 14 = 0$

Une équation de $(\mathscr{C})$ est : $x^2 + y^2 - x - y - 14 = 0$.

Méthode 2

Le milieu I de [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$

$AB^2 = (4+3)^2 + (-1-2)^2 = 49 + 9 = 58$

Le rayon vaut $\frac{\sqrt{58}}{2}$

$M(x,y) \in (\mathscr{C}) \iff IM = \frac{\sqrt{58}}{2}$

$\iff IM^2 = \frac{58}{4}$

$\iff \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{2}$

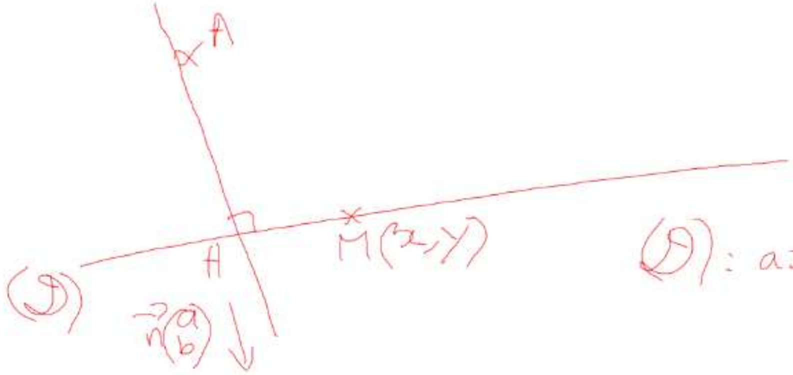
$\iff x^2 - x + \frac{1}{4} + y^2 - y + \frac{1}{4} = \frac{29}{2}$

$\iff x^2 - x + y^2 - y - 14 = 0$.

Une équation de $(\mathscr{C})$ est : $x^2 - x + y^2 - y - 14 = 0$.

(D) Une équation de (D) est du type : $ax+by+c=0$

Si $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de (D) alors $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (D)



(D) : $ax+by+c=0$

$$\vec{AM}\cdot\vec{n} = \begin{pmatrix} x-x_A \\ y-y_A \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a(x-x_A)+b(y-y_A)$$

$$\vec{AM}\cdot\vec{n} = \vec{AH}\cdot\vec{n} = \pm AH \times \|\vec{n}\| = \pm AH \times \sqrt{a^2+b^2}$$

ainsi $\left| a(x-x_A)+b(y-y_A) \right| = AH \times \sqrt{a^2+b^2}$

donc $AH = \dfrac{|ax+by-ax_A-by_A|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Exemple 10

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4+2 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{BC}$ est un vecteur directeur de (BC)

Donc un vecteur normal de (BC) est : $\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$

(BC) a une équation du type : $-4x + 6y + c = 0$

or $B \in (BC) \iff -4x_B + 6y_B + c = 0$

$\iff -4 \times (-2) + 6 \times 1 + c = 0$

$\iff c = -14.$

Une équation de (BC) est : $-4x + 6y - 14 = 0$

ou $-2x + 3y - 7 = 0.$

$$d(A, (BC)) = \frac{|-2x_A + 3y_A - 7|}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2}} = \frac{|-4 + 9 - 7|}{\sqrt{13}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$$