

Exemples de cours (à maîtriser)

Exemple 14.3 : Détente isobare d'un gaz parfait

On remplit une enceinte cylindrique de section $S = 10 \text{ cm}^2$ avec $n = 3,0$ moles d'hélium, gaz parfait monoatomique de masse molaire $M = 4,0 \text{ g.mol}^{-1}$, initialement sous $P_0 = 1013 \text{ hPa}$ et $T_0 = 300 \text{ K}$.

a) Calculer les capacités thermiques C_V et C_P du gaz. Donnée : $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

L'enceinte est fermée par un piston mobile de masse négligeable. On plonge à l'intérieur un thermoplongeur assimilé à une résistance $r = 100 \Omega$ parcourue par un courant d'intensité $I = 100 \text{ mA}$ pendant une heure. On considère que le piston est suffisamment libre pour que la pression reste constante au cours de la transformation.

- b) Déterminer la valeur du transfert thermique reçu Q .
- c) En utilisant le premier principe ou le premier principe isobare, déterminer la température finale du gaz.

2. Comment effectuer un bilan d'énergie pour les gaz ?

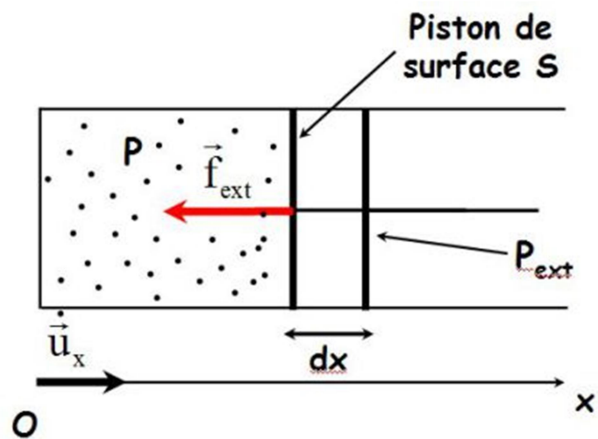
b) Calcul du travail W des forces de pression

- Un travail est transféré dès qu'on a une force appliquée au système et un déplacement de son point d'application. On calcule ce travail au cas par cas.

Un système thermodynamique reçoit du travail lorsque son volume est modifié. Lorsque le système est présent dans l'air ambiant, on a quasiment toujours **le travail W des forces de pression** extérieure

Exemple de démonstration (à ne pas connaître) :

Choisissons une configuration simple en plaçant le système thermodynamique dans une enceinte cylindrique fermée par un piston mobile de section S .



La force résultante des forces de pression extérieures sur le piston s'écrit : $\vec{f}_{ext} = -SP_{ext}\vec{u}_x$

Le travail « reçu » par le piston donc par le gaz à l'intérieur de l'enceinte s'écrit :

$$W_{AB}(\vec{f}_{ext}) = \int_A^B \vec{f}_{ext} \cdot d\vec{OM} = \int_A^B -SP_{ext}\vec{u}_x \cdot dx\vec{u}_x = \int_A^B -P_{ext}Sdx = - \int_{V_1}^{V_2} P_{ext}dV$$

$Sdx = dV$ représente le « petit » volume balayé par le piston lors de son déplacement d'une distance dx
 dV est aussi la variation de volume du gaz à l'intérieur = notre système thermodynamique

Ce qu'il faut retenir de cet exemple :

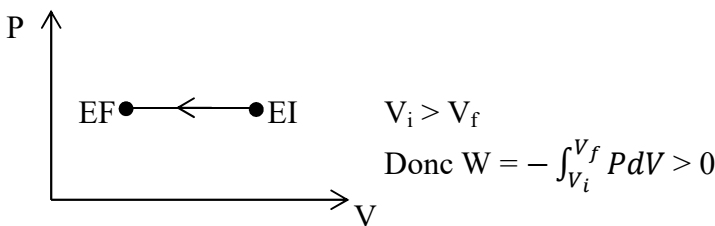
- La pression (en Pa) est la force surfacique $P = F/S$ exercée par le gaz sur la paroi de l'enceinte qu'il contient.
- Lorsqu'il y a équilibre mécanique de la paroi, les forces s'exerçant de chaque côté de la paroi s'égalisent et on a souvent $P_{\text{int}} = P_{\text{ext}}$.

- Généralisation : Lorsque le système thermodynamique est en équilibre mécanique avec l'extérieur ($P = P_{\text{ext}}$), nous obtenons une formule simplifiée du travail des forces de pression extérieures reçu par le système : $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$

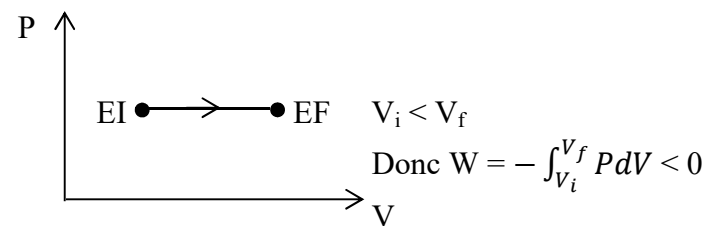
(si P n'est pas définie à certains instants dans le cas d'une transformation trop brutale, alors on utilise la pression extérieure P_{ext})

Parfois, le calcul direct de cette intégrale n'est pas aisé, et seul son signe nous importe. On passe donc par l'interprétation géométrique de l'intégrale vue en cours de mathématiques. On se place dans **un diagramme de Clapeyron d'abscisse V et d'ordonnée P** :

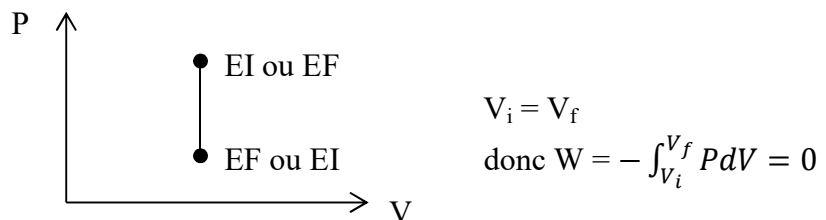
Compression (= diminution de volume) isobare :
quel est le signe de W?



Détente (= augmentation de volume) isobare :
quel est le signe de W?



Transformation isochore : pourquoi a-t-on $W = 0$?



c) Cas particuliers (PARTIE TRES IMPORTANTE, à maîtriser)

Transformation isochore d'un gaz: $V = \text{cste}$

Alors $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = 0$

Rappel : $\Delta U = C_V \cdot \Delta T$

Grâce au 1^e principe: $\Delta U = W + Q$

Alors $Q = C_V \cdot \Delta T$

On notera que dans ce cas, on utilise la capacité thermique C_V pour exprimer ce transfert.

Transformation isobare: $P = \text{cste}$

Alors $W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = -P(V_f - V_i)$

et $W_p =$

Rappel : $\Delta U = C_V \cdot \Delta T$

Grâce au 1^{er} principe : $\Delta U = W + Q$

Alors $Q = C_V \cdot \Delta T + P(V_f - V_i) (=U_f - U_i + P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i)$

On va réécrire ce résultat plus simplement...

Transformation monobare : $P_{\text{ext}} = \text{cste}$

Le travail des forces de pression vaut (transformation brutale) : $W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{\text{ext}} dV = -P_{\text{ext}}(V_f - V_i)$

A l'équilibre, la pression dans le système valant la pression extérieure, $P_i = P_{\text{ext}} = P_f$

Donc on a : $W = -(P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i)$

Grâce au 1^e principe: $\Delta U = W + Q$

Alors $Q = C_V \cdot \Delta T + P(V_f - V_i) (=U_f - U_i + P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i)$

On va réécrire ce résultat plus simplement...

d) Enthalpie H et capacité thermique C_p

Dans les deux cas particuliers isoBARE ou monoBARE, on obtient $Q = U_f - U_i + P_f \cdot V_f - P_i \cdot V_i$

• Enthalpie H :

Définition : L'enthalpie d'un système (en J) est notée H (grandeur extensive) et est la somme de son énergie interne et du produit de la pression par le volume :

$$H = U + P \cdot V$$

Remarque : Pour un solide ou un liquide, la variation d'enthalpie est confondue avec la variation d'énergie interne : $\Delta H \approx \Delta U$

Propriété : Pour une transformation isobare ou monobare on a $Q = \Delta H$ (**premier principe isobare ou monobare**)

- Capacité thermique C_p :

Définition : La capacité thermique C_p est la dérivée de H par rapport à la température : $C_p = \frac{dH}{dT}$

Propriété : La variation d'enthalpie associée à un changement de température vaut $\Delta H = C_p \cdot \Delta T$

Expressions selon le système modèle étudié :

Système modèle	Energie interne U	Enthalpie H = U + PV = U + nRT	Capacité thermique $C_p = \frac{dH}{dT}$
Gaz parfait monoatomique	$U = \frac{3}{2}nRT$ Et $C_V = \frac{3}{2}nR$	$H = \frac{5}{2}nRT$	$C_p = \frac{5}{2}nR$ Donc le coefficient $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{5}{2}nR}{\frac{3}{2}nR} = \frac{5}{3} = 1,3$
Gaz parfait diatomique	$U = \frac{5}{2}nRT$ Et $C_V = \frac{5}{2}nR$	$H = \frac{7}{2}nRT$	$C_p = \frac{7}{2}nR$ Donc $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\frac{7}{2}nR}{\frac{5}{2}nR} = \frac{7}{5} = 1,4$
Gaz parfait polyatomique	<u>Relation de Mayer</u> $H = U + PV = U + nRT$ grâce au caractère parfait du gaz $C_p = \frac{dH}{dT} = \frac{d}{dT}(U + nRT) = \frac{dU}{dT} + nR = C_V + nR$		

A retenir pour les transformations isobares ou monobares (1^e principe isobare ou monobare) :

$$Q = \Delta H = C_p \cdot \Delta T$$

Exemple 14.3

I. Système thermodynamique

- Un système thermodynamique est un échantillon de matière qui contient trop de particules pour permettre une description individuelle de celles-ci.
- Un système *ouvert* peut échanger de la matière avec l'extérieur. Un système *fermé* ne peut pas échanger de matière avec l'extérieur. Un système *isolé* ne peut échanger ni matière ni énergie avec l'extérieur.

II. Premier principe

- Les transferts énergétiques d'un système **fermé** sont avec l'extérieur sous forme de travail W (déplacement macroscopique) ou sous forme de transfert thermique Q (associé aux mouvements microscopiques des particules). Ce sont des grandeurs algébriques comptées positivement si le système reçoit effectivement de l'énergie.
- Premier principe : Pour un système fermé ne subissant pas de variation de son énergie cinétique et potentielle macroscopique lors une transformation quelconque T entre 2 états d'équilibre 1 et 2:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = W(1 \rightarrow 2) + Q(1 \rightarrow 2)$$

- Pour une transformation monobare ou isobare, ce principe devient :

$$\Delta H = H_2 - H_1 = Q(1 \rightarrow 2)$$

avec H fonction enthalpie définie par $H = U + PV$.

III. Bilan énergétique des transformations classiques

- Le travail des forces de pression vaut : $W = -\int P_{ext} dV$ pour une transformation quelconque
 $W = -\int P dV$ pour une transformation lente
- La variation d'énergie interne vaut $\Delta U = C_V \cdot (T_f - T_i)$ en l'absence de changement d'état avec C_V capacité thermique à V constant.
- La variation d'enthalpie vaut $\Delta H = C_P \cdot (T_f - T_i)$ en l'absence de changement d'état avec C_V capacité thermique à P constant.

Solide/liquide	GP monoatomique	GP diatomique	GP quelconque
$C_V = C_P = m \cdot c$ (c capacité thermique massique)	$C_V = \frac{3}{2} nR$	$C_V = \frac{5}{2} nR$	On résout le système : $\begin{cases} \gamma = \frac{C_P}{C_V} \\ C_P = C_V + nR \end{cases}$ (Relation de Mayer)
	$C_P = \frac{5}{2} nR$	$C_P = \frac{7}{2} nR$	

- Cas particuliers :

Adiabatique	Isotherme	Isobare	Isochore	Monobare
$Q = 0$	T constante	P constante	V constant	P_{ext} constant
$\Delta U = C_V \cdot \Delta T = W$	$\Delta U = 0$ donc $Q = -W$	$W = -P\Delta V$ $Q = \Delta H$ $\Leftrightarrow Q = C_P \cdot (T_f - T_i)$	$W = 0$ $Q = \Delta U$ $\Leftrightarrow Q = C_V \cdot (T_f - T_i)$	$W = -P_{ext}\Delta V$ $Q = \Delta H$ $\Leftrightarrow Q = C_P \cdot (T_f - T_i)$