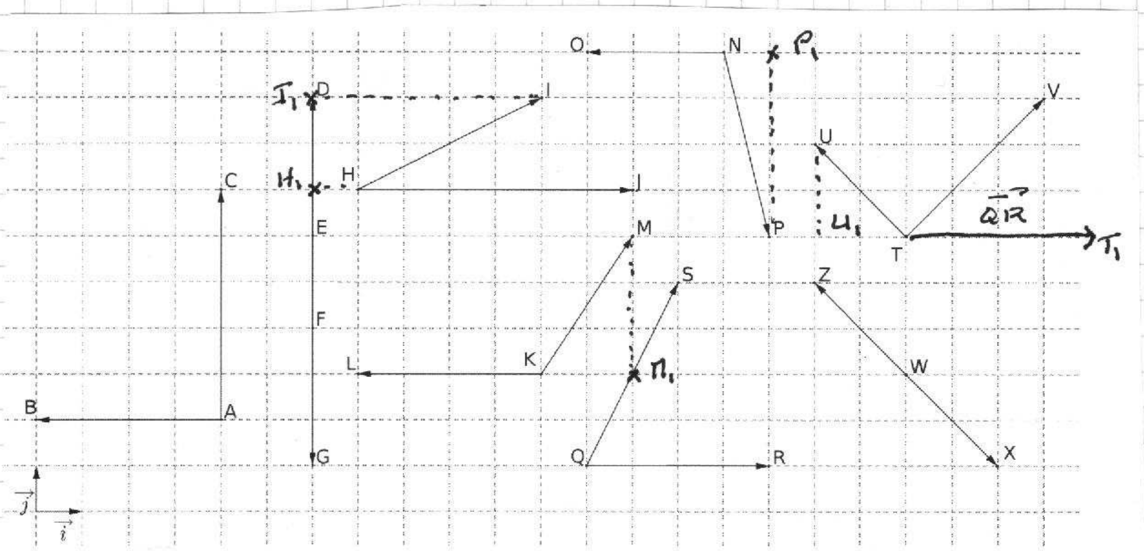
Chapitre 17 : Produit scalaire

Serie 17-1

Exemple 4



b) Méthode 1

$\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EF} = -ED \times EF$ ($\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont de sens opposé)

$= -3 \times 2 = -6$

Méthode 2

$\overrightarrow{ED} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EF} = 0 \times 0 + 3 \times (-2) = 0 - 6 = -6.$

d) Méthode 1

$\overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{H_1I_1} \cdot \overrightarrow{EG} = -H_1I_1 \times EG = -2 \times 5 = -10$

Méthode 2

$\overrightarrow{HI} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{EG} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{HI} \cdot \overrightarrow{EG} = 4 \times 0 + 2 \times (-5) = 0 - 10 = -10.$

f) Méthode 1

$\overrightarrow{LK} \cdot \overrightarrow{KM} = \overrightarrow{LK} \cdot \overrightarrow{KM_1} = LK \times KM_1 = 4 \times 2 = 8$

Méthode 2

$\overrightarrow{LK} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{KM} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{LK} \cdot \overrightarrow{KM} = 4 \times 2 + 0 \times 3 = 8 + 0 = 8$

h) Méthode 1

$\vec{TU}\cdot\vec{QR} = \vec{TU}\cdot\vec{TT_1} = \vec{TU_1}\cdot\vec{TT_1} = -TU_1 \times TT_1 = -2\times 4 = -8$

Méthode 2

$\vec{TU} = \begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$, $\vec{QR} = \begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$

$\vec{TU}\cdot\vec{QR} = -2\times 4 + 2\times 0 = -8+0 = -8$

j) Méthode 1

$\vec{ZW}\cdot\vec{WX} = ZW \times WX = \sqrt{8}\times\sqrt{8} = 8$

Méthode 2

$\vec{ZW} = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{WX} = \begin{pmatrix}2\\-2\end{pmatrix}$

$\vec{ZW}\cdot\vec{WX} = 2\times 2 + (-2)\times(-2) = 4+4 = 8$

l) Méthode 1

$\vec{ON}\cdot\vec{PN} = \vec{ON}\cdot\vec{P_1N} = -ON\times P_1N = -3\times 1 = -3$

Méthode 2

$\vec{ON} = \begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$, $\vec{PN} = \begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$

$\vec{ON}\cdot\vec{PN} = 3\times(-1) + 0\times 4 = -3+0 = -3$

n) $\vec{WZ} = \begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$ $\vec{QS} = \begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$

$\vec{WZ}\cdot\vec{QS} = -2\times 2 + 2\times 4 = -4+8 = 4.$

Exemple 6

2) $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0 \iff m\times m + 1\times(-1) = 0$

$\iff m^2 - 1 = 0$

$\iff m = 1$ ou $m = -1$

Exemple 7

On a : $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC\times BC\times\cos(\widehat{ACB})$

$\iff 16 = 49 + 25 - 2\times 7\times 5\times\cos(\widehat{ACB})$

$\iff \cos\widehat{ACB} = \dfrac{16-49-25}{-70}$

$\iff \cos\widehat{ACB} = +\dfrac{29}{35}$

Ainsi $\widehat{ACB} \simeq 34^\circ$ à 10^{-1} près.

On a : $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos(\widehat{ABC})$

$\Leftrightarrow 49 = 16 + 25 - 2 \times 4 \times 5.\cos(\widehat{ABC})$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{49-16-25}{-40}$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{ABC}) = -\dfrac{1}{5}$

Ainsi $\widehat{ABC} \simeq 101{,}5^\circ$ à 10^{-1} près

On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$

$\Leftrightarrow 25 = 16 + 49 - 2 \times 4 \times 7 \times \cos(\widehat{BAC})$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{25-16-49}{-56}$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{10}{14}$

$\Leftrightarrow \cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{5}{7}$

Ainsi $\widehat{BAC} \simeq 44{,}4^\circ$ à 10^{-1} près.