

## Chapitre 14. Equations horaires du mouvement Exemples de cours

### Exemple n° 1 : Equations horaires de la position et de la vitesse

On donne les équations horaires de la position d'un point M dans un repère orthonormé  $(O, i, j)$ , en mètres :

$$x(t) = 5t + 10$$

$$y(t) = -0,5t^2 + t + 2$$

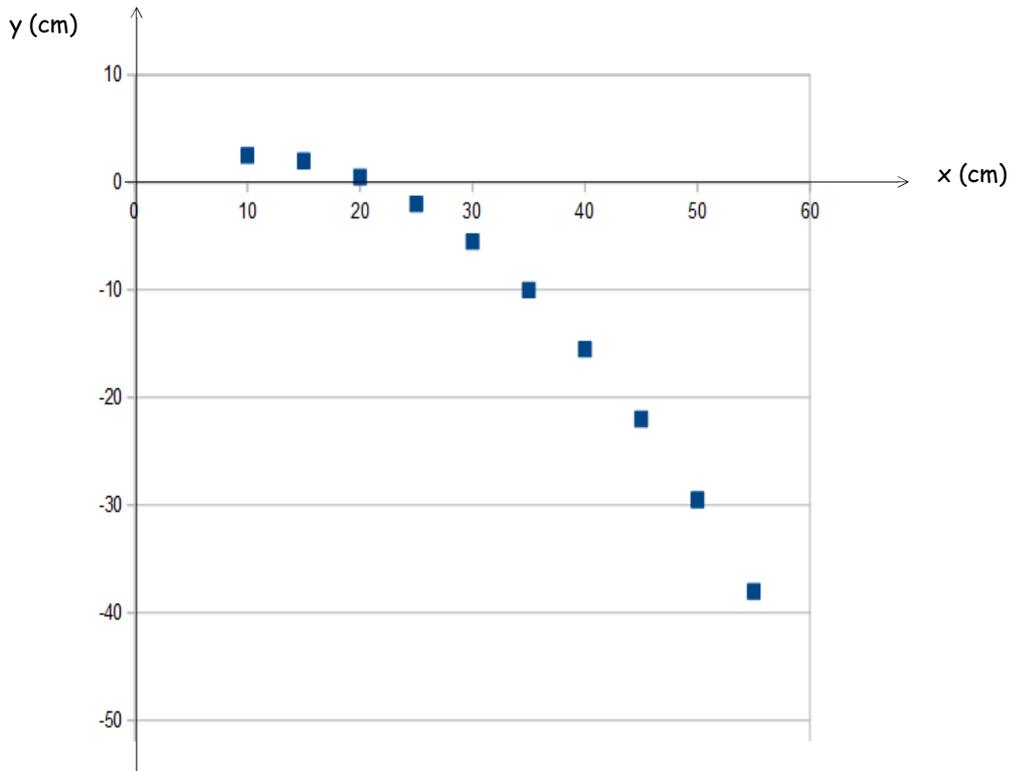
La trajectoire de ce point M est représentée sur la figure ci-dessous.

- Calculer les coordonnées  $x$  et  $y$  du point M de la trajectoire à chaque seconde (pour  $t = 0$  à  $t = 10$  s).

point M	$M_0$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$M_9$	$M_{10}$
t en s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x (t)					30	35	40	45	50	55	60
y (t)					-2	-5,5	-10	-15,5	-22	-29,5	-38

- Exprimer les coordonnées  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$  du vecteur vitesse en fonction du temps  $t$ .
- Calculer les coordonnées du vecteur vitesse à  $t = 2$  s (au point  $M_2$ ) et  $t = 4$  s (au point  $M_4$ ).
- Même question aux points  $M_6$  et  $M_8$  à  $t = 6$  s et  $t = 8$  s.
- A partir de ces coordonnées, représenter sur la trajectoire le vecteur vitesse aux points  $M_2, M_4, M_6$  et  $M_8$ . Les vecteurs vitesse sont-ils tangents à la trajectoire ?

On prendra comme échelle des vitesses : 1 cm pour 1 m.s<sup>-1</sup>.



### Exemple n°2 : Equation horaire de l'accélération

On considère les données de l'application n°1.

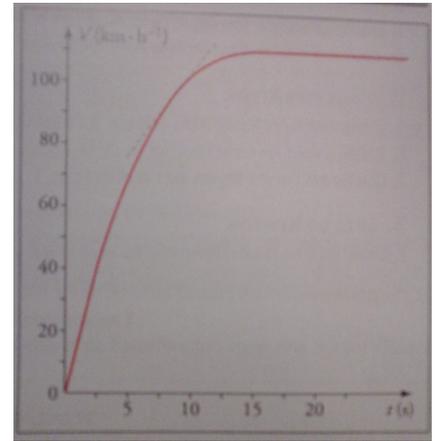
- Exprimer les coordonnées  $a_x(t)$  et  $a_y(t)$  du vecteur accélération en fonction du temps  $t$ .
- En déduire les coordonnées du vecteur accélération à  $t = 3$  s (au point  $M_3$ ) et  $t = 7$  s (au point  $M_7$ ).
- Représenter sur la trajectoire le vecteur accélération aux points  $M_3$  et  $M_7$ . Vérifier le résultat d'après le tracé des vecteurs vitesses.

On prendra comme échelle des accélérations : 1 cm pour 1 m.s<sup>-2</sup>

### Exemple n°3 : Accélération : exploitation d'une courbe de vitesse

Le graphique ci-contre représente l'évolution de la vitesse du centre d'inertie d'une voiture au cours d'un essai sur une route rectiligne.

1. Décrire simplement comment la vitesse évolue au cours de ce mouvement.
2. Comment peut-on calculer l'accélération à partir de la courbe ?
3. Dans quel intervalle de temps l'accélération du centre d'inertie de l'automobile est-elle constante (et non nulle) ? Quelle est alors la nature du mouvement ?
4. Existe-t-il un intervalle de temps au cours duquel l'accélération est nulle ? Quelle est alors la nature du mouvement ?
5. Trouver la valeur de l'accélération aux dates  $t_1 = 1$  s et  $t_2 = 8$  s.



### Exemple n°4 : Chute libre sans vitesse initiale

En un lieu situé près du pôle Nord, un solide, lâché sans vitesse initiale, acquiert une vitesse  $v = 1,966 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  après 200,0 ms de chute.

1. Exprimer les équations horaires de la vitesse du solide.
2. En déduire l'intensité de la pesanteur en ce lieu.
3. Exprimer les équations horaires de la position du solide.
4. Calculer la hauteur de chute au bout de 200 ms.

### Exemple n°5 : Vitesse limite

Une bille en porcelaine de masse volumique  $\rho_b = 2,3 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  et de rayon  $r = 0,60 \text{ cm}$  a un volume de  $8,14 \text{ cm}^3$  et une masse de 19 g. Elle tombe dans de la glycérine de densité  $d_g = 1,26$ .

La force de frottement hydrodynamique est de la forme  $f = 6 \pi \eta r v$  avec  $\eta$  viscosité de la glycérine égale à 1,5 Pa.s. Calculer la vitesse limite atteinte par la bille à l'aide d'un bilan des forces extérieures exercées sur la bille.

### Exemple n°6 : Mouvement d'un projectile

La « grosse Bertha », utilisée par les artilleurs allemands en 1918 pour bombarder Paris, avait une portée maximale de 120 km.

1. Établir les équations horaires du mouvement d'un obus.
2. En déduire l'équation de sa trajectoire.
3. Sachant que la portée est maximale pour un angle de tir de  $45^\circ$ , déterminer la vitesse théorique de l'obus à la sortie du fût.