

Exercice 1 : Puissance d'une moto

1. $P(\vec{F}) = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t}$ avec W_{AB} le travail en J de la force de A à B et Δt la durée du déplacement de A

à B en s. La puissance P est en Watt.

$$P(\vec{F}) = \frac{\vec{F} \cdot \vec{AB}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad \text{avec } v \text{ la vitesse moyenne du déplacement de A à B en m.s}^{-1}$$

2. Le travail de la force développée par le cheval correspond à l'opposé du travail du poids exercé sur cette masse :

$$W_{AB}(\vec{F}) = -W_{AB}(\vec{P}) = -mg(z_A - z_B)$$

donc $P = -75 \times 9,81 \times (0-1) / 1$

$$P = 1 \text{ cv} = 1 \text{ ch} = 736 \text{ W}$$

3. $47,5 \text{ ch} = 47,5 \times 736 = 35 \cdot 10^3 \text{ W} = 35 \text{ kW}$

4. Soit θ l'angle formé par la route avec l'horizontale : $\sin \theta = 15 / 100$ donc $\theta = 8,6^\circ$

5. Système = {moto}

Référentiel : terrestre, supposé galiléen

Bilan des forces : poids de la moto : \vec{P}

réaction normale de la route : \vec{R}_N

réaction tangentielle de la route = frottements solides (force de propulsion) : \vec{F}

frottements de l'air : \vec{f}

6. La moto est en mouvement rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre donc d'après la première loi de Newton, $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ donc $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F} + \vec{f} = \vec{0}$.

Dans le repère (O,x,y) choisi tel que l'axe x soit orienté dans la même direction et le même sens que \vec{F} , les vecteurs ont pour coordonnées :

$$\vec{P} \begin{pmatrix} -P \sin \theta \\ -P \cos \theta \end{pmatrix} \quad \vec{R}_N \begin{pmatrix} 0 \\ R_N \end{pmatrix} \quad \vec{F} \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{f} \begin{pmatrix} -f \\ 0 \end{pmatrix}$$

donc on obtient l'équation : $-P \sin \theta + F - f = 0$ soit $F = f + P \sin \theta$ **F = 426 N**

On retrouve dans la formule le fait que la force de propulsion compense les frottements de l'air et l'action du poids en montée.

7. $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ avec $z_A = 0$ et $z_B = 15 \text{ m}$ $m = 153,8 \text{ kg}$ **$W_{AB}(\vec{P}) = -22,6 \text{ kJ}$**

$W_{AB}(\vec{R}_N) = R_N \times AB \times \cos(\vec{R}_N, \vec{AB})$ avec $(\vec{R}_N, \vec{AB}) = 90^\circ$ **$W_{AB}(\vec{R}_N) = 0$**

$W_{AB}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos(\vec{F}, \vec{AB}) = F \times AB \times \cos(0)$ **$W_{AB}(\vec{F}) = 42,6 \text{ kJ}$**

$W_{AB}(\vec{f}) = f \times AB \times \cos(\vec{f}, \vec{AB}) = f \times AB \times \cos(180)$ **$W_{AB}(\vec{f}) = 20,0 \text{ kJ}$**

On retrouve que $\Sigma W(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$ car la moto roule à vitesse constante (théorème de l'énergie cinétique).

8. Si l'on considère que l'énergie de la force de propulsion est fournie par le moteur de la moto, alors la puissance de la moto est supérieure à $P(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \times v$ car \vec{F} est colinéaire et de même sens que la vitesse \vec{v} : **$P(\vec{F}) = 6,2 \text{ kW} = 8,4 \text{ ch}$** .

Ce résultat est cohérent avec les données constructeur (puissance de 20 ch) car la moto n'est sans doute pas à 8000 tours/min dans cette côte.

9. Il s'agit d'une Buccati !

Exercice 2 : Bille sur un plan incliné

1. Système = {bille}

Référentiel : terrestre (plan incliné)

Bilan des forces : poids de la bille : \vec{P}

réaction normale du plan incliné : \vec{R}_N

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre A et B :

$$E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}_{\text{ext}}) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_N)$$

Or $W_{AB}(\vec{R}_N) = 0$ car cette force est perpendiculaire au plan incliné donc à (AB).

$$\text{D'où } \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = m g (y_A - y_B) \quad \text{avec } v_A = 0 \text{ (bille est lâchée sans vitesse initiale) et } z_B = 0.$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2 g y_A}$$

2. Bilan des forces : poids de la bille : \vec{P}

réaction normale du plan incliné : \vec{R}_N

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et O :

$$E_c(O) - E_c(B) = \sum W_{BO}(\vec{F}_{\text{ext}}) = W_{BO}(\vec{P}) + W_{BO}(\vec{R}_N)$$

$$\text{D'où } \frac{1}{2} m v_O^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = m g (y_O - y_B) \quad \text{avec } y_O = y_B = 0.$$

$$\Rightarrow v_B = v_O$$

3. On obtient $y_A = \frac{v_O^2}{2g}$

4. $E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A)$

$$E_m(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g y_A \quad \text{avec } v_A = 0$$

$$E_m(A) = m g y_A$$

5. $E_m(O) = E_c(O) + E_{pp}(O)$

$$E_m(O) = \frac{1}{2} m v_O^2 + m g y_O \quad \text{avec } y_O = 0$$

$$E_m(O) = \frac{1}{2} m v_O^2$$

6. D'après le bilan des forces effectué dans la partie A, la seule force ayant un travail non nul est le poids : on peut donc dire que entre A et B et entre B et O, seul le poids travaille et par conséquent, l'énergie mécanique se conserve : $E_m(O) = E_m(A)$.

$$7. E_m(O) = E_m(A) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} m v_O^2 = m g y_A \quad \Leftrightarrow \quad y_A = \frac{v_O^2}{2g}$$

8. $y_A = 20 \text{ cm}$