P8. Travail et énergie
Exercices - Corrigé

Exercice 1 : Skieur en descente

1. Système = {skieur}
   Référentiel = terrestre
   Bilan des forces :
   - poids du skieur $\vec{P}$
   - réaction du sol $\vec{R_N} + \vec{f}$

2. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, le système est en mouvement rectiligne uniforme donc d'après le principe d'inertie, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ donc $\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{f} = \vec{0}$
   Dans un repère dans lequel l'axe x correspond à la pente de la piste (x orienté vers le bas de la pente) :
   $\vec{P} = \begin{pmatrix} P\sin\alpha \\ -P\cos\alpha \end{pmatrix}$ $\vec{R_N} = \begin{pmatrix} 0 \\ R_N \end{pmatrix}$ $\vec{f} = \begin{pmatrix} -f \\ 0 \end{pmatrix}$
   donc P sin α – f = 0 **f = mg sin α f = 231 N** avec sin α = 832 / 3000 donc α = **16°**

3. $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ $\mathbf{W_{AB}(\vec{P}) = 6{,}9 \,.\, 10^5 J}$
   $\mathbf{W_{AB}(\vec{R_N}) = 0}$ car la réaction est perpendiculaire à la pente
   $W_{AB}(\vec{f}) = f \times AB \times \cos 180$ $\mathbf{W_{AB}(\vec{f}) = -6{,}9 \,.\, 10^5 J}$

Exercice 2 : Skieur en montée

1. sin α = 650 / 2000 donc α = **19°**

2. Système = {skieur}
   Référentiel = terrestre
   Bilan des forces : on néglige les frottements du sol pour simplifier l 'exercice (piste verglacée)
   - poids du skieur $\vec{P}$
   - réaction du sol $\vec{R_N}$
   - traction du remonte-pente $\vec{T}$

3. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, le système est en mouvement rectiligne uniforme donc d'après le principe d'inertie, $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ donc $\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{T} = \vec{0}$
   Dans un repère dans lequel l'axe x correspond à la pente de la piste (x orienté vers le haut de la pente) :
   $\vec{P} = \begin{pmatrix} -P\sin\alpha \\ -P\cos\alpha \end{pmatrix}$ $\vec{R_N} = \begin{pmatrix} 0 \\ R_N \end{pmatrix}$ $\vec{T} = \begin{pmatrix} T\cos\beta \\ T\sin\beta \end{pmatrix}$
   donc - P sin α + T cos β = 0 **T = mg sin α / cos β** **T = 322 N**
   et - P cos α + R_N + T sin β = 0 **R_N = mg cos α – T sin β** **R_N = 769 N**

4. $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ $\mathbf{W_{AB}(\vec{P}) = -6{,}05 \,.\, 10^5 J}$
   $\mathbf{W_{AB}(\vec{R_N}) = 0}$ car la réaction est perpendiculaire à la pente
   $W_{AB}(\vec{T}) = T \times AB \times \cos 0$ $\mathbf{W_{AB}(\vec{T}) = 6{,}05 \,.\, 10^5 J}$

5. $\Sigma W_{AB}(\vec{F}_{ext}) = 0$ car $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

Exercice 3 : Haltérophilie

1. Système = {barre}
   Référentiel : terrestre
   Bilan des forces pendant le déplacement :
   - poids de la barre $\vec{P}$
   - force de l'haltérophile sur la barre $\vec{F}$

   Hypothèse : on suppose les forces constantes pendant le déplacement de la barre donc une vitesse constante de la barre.
   On a alors $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ donc $W_{AB}(\vec{F}) + W_{AB}(\vec{P}) = 0$ d'où : $W_{AB}(\vec{F}) = -W_{AB}(\vec{P})$
   $W_{AB}(\vec{F}) = -mg(z_A - z_B)$
   Puissance $P(\vec{F}) = \dfrac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t} = \dfrac{-mg(z_A - z_B)}{\Delta t}$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{F}) = 3{,}01 . 10^3\,W}$

2. Si Δt tend vers 0 alors la puissance tend vers l'infini !

Exercice 4 ☆ : Puissance et vitesse d'un cycliste

1. $P(\vec{F}) = \dfrac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t} = \dfrac{\vec{F}\cdot\vec{AB}}{\Delta t} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

2. Soit F_0 la force nécessaire pour une vitesse v_0 = 5 m.s^{-1} : $P_0(\vec{F}_0) = \vec{F}_0 \cdot \vec{v}_0 = 120\,W$
   A v = 10 m.s^{-1}, $P(\vec{F}) = \vec{F}_0 \cdot \vec{v} = \vec{F}_0 \cdot 2\vec{v}_0 = 2P_0$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{F}) = 240\,W}$

3. $P(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{v} = 2\vec{F}_0 \cdot 2\vec{v}_0 = 4P_0$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{F}) = 480\,W}$

4. Soit β la pente de la route : $\tan\beta = \dfrac{4}{100} = 0{,}04$ donc **β = 2,2°**
   $P(\vec{F}\,') = -P(\vec{P}) = -\vec{P}\cdot\vec{v} = -mg\,v\cos(90-\beta)$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{F}\,') = 183\,W}$

5. $P(\vec{F}) = \dfrac{6}{5}\vec{F}_0 \cdot \dfrac{6}{5}\vec{v} = \dfrac{36}{25}P_0$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{F}) = 173\,W}$ $\quad$ donc $\mathbf{P_{tot}}$ **= 361 W**

6. $P(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\vec{v} = mg\,v\cos(90-\beta)$ avec $\tan\beta = \dfrac{10}{100} = 0{,}1$ donc **β = 5,7°**
   $\mathbf{P(\vec{P}) = 1{,}6 . 10^3\,W}$

7. Le cycliste roule à vitesse constante donc son mouvement est rectiligne uniforme : $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ donc P = F
   mg = K v^2 donc K = mg / v^2 $\quad$ **K = 0,20 N.s^2.m^{-2}**

Exercice 5 ☆ : Viscosité

1. Système={bille}
   Référentiel : terrestre
   Bilan des forces :
   - poids de la bille $\vec{P}$
   - poussée d'Archimède $\vec{P}_A$
   - frottements du fluide $\vec{f}$

2. Lorsque la bille a atteint sa vitesse limite, sa vitesse est constante donc d'après le principe d'inertie,
   $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$: $\vec{f} + \vec{P} + \vec{P}_A = \vec{0}$
   Or, P = mg donc **P = 1,13 . 10^{-3} N**
   $P_A = \rho_f V g$ donc **P_A = 1,09 . 10^{-3} N**
   Par projection sur l'axe vertical : $f + P - P_A = 0$ donc $f = P - P_A$ **f = 4,16 . 10^{-5} N**

3. Déterminer la puissance développée par chacune de ces forces.

$P(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{v} = P v$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{P}) = 5{,}30 . 10^{-7} W}$

$P(\vec{P}_A) = \vec{P}_A \cdot \vec{v} = -P_A v$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{P}_A) = -5{,}11 . 10^{-7} W}$

$P(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v} = -f v$ $\quad$ $\mathbf{P(\vec{f}) = -1{,}95 . 10^{-8} W}$

Exercice 6 : Déplacement de plaque d'acier

1. La vitesse des plaques est égale à celle d'un point au bord du rouleau car les plaques roulent sans glisser.
   $v = R\omega$ avec $\omega = 200\pi$ rad.s^{-1} **v = 5,2 m.s^{-1}**

2. $Ec = 1/2\, mv^2$ **Ec = 8,5 . 10^5 J** avec $m = \rho V = 7800 \times 2 \times 10 \times 0{,}4 = 6{,}2 . 10^4$ kg

Exercice 8 : Force de frottement d'une moto

Une moto et son passager ont une masse totale de 380 kg. Le motocycliste roule sur une route horizontale à 90 km.h^{-1}. Arrivé au pied d'une côte de pente 8% (pour 100 m parcourus horizontalement, l'élévation est de 8 m), il passe au point mort.

1. Système = {moto + passager}
   Référentiel : terrestre
   Bilan des forces :
   - poids $\vec{P}$
   - réaction normale du sol : $\vec{R}_N$

   Le motard va ralentir progressivement jusqu'à s'arrêter.

   On applique le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{AB}(\vec{F}_{ext})$
   avec : $v_A = 25$ m.s^{-1} $\quad v_B = 0 \quad z_A = 0$ et z_B inconnue
   $Ec(B) - Ec(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_N)$
   $0 - \frac{1}{2} mv_A^2 = m g (0 - z_B) + 0 = - mg z_B$

   $\frac{1}{2} mv_A^2 = mg z_B$ donc $z_B = \frac{v_A^2}{2g}$ $\quad z_B = 31{,}9$ m
   Or, la pente β est telle que tan β = 8/100 donc **β = 4,6°**

   Et la distance d parcourue sur la route est telle que $\sin\beta = \frac{z_B}{d}$ **d = 400 m**

2. Bilan des forces :
   - poids $\vec{P}$
   - réaction normale du sol : $\vec{R_N}$
   - frottements : $\vec{f}$

On reprend le même raisonnement : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{AB}(\vec{F_{ext}})$
avec : $v_A = 25\ m.s^{-1}$ $v_B = 0$ $z_A = 0$ et $z_B = d \sin\beta$

$Ec(B) - Ec(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R_N}) + W_{AB}(\vec{f})$

$0 - \frac{1}{2} m v_A^2 = m\,g\,(0 - d \sin\beta) + 0 + W_{AB}(\vec{f})$

$W_{AB}(\vec{f}) = -\frac{1}{2} m v_A^2 + m g d \sin\beta$ donc $\mathbf{W_{AB}(\vec{f})}$ **= -77 kJ**

<u>Exercice 7 :</u> Lanceur de « flipper »

1. Système={bille}
   Référentiel : terrestre
   Bilan des forces : on néglige les frottements car la bille roule sans glisser
   - poids de la bille $\vec{P}$
   - réaction du support $\vec{R_N}$
   - force de poussée de la tirette $\vec{F}$

2. La première loi de Newton ne peut pas s'appliquer ici car la bille accélère.
   On applique le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{AB}(\vec{F_{ext}})$
   avec : $v_A = 0$ $z_A = z_B = 0$ donc $Ec(B) - Ec(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R_N}) + W_{AB}(\vec{F})$

   $\frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = 0 + 0 + W_{AB}(\vec{F})$

   $W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v_B^2$ $\mathbf{W_{AB}(\vec{F})}$ **= 0,46 J**

3. Bilan des forces :
   - poids de la bille $\vec{P}$
   - réaction du support $\vec{R_N}$

   A l'instant où la bille redescend, elle n'a plus de vitesse : $v_C = 0$
   On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points B et C : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{BC}(\vec{F_{ext}})$
   avec : $v_C = 0$ $z_B = 0$ et $z_C = \ell \sin\beta$ donc $Ec(C) - Ec(B) = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R_N})$

   $0 - \frac{1}{2} m v_B^2 = mg\,(zB - zC)$

   $\frac{1}{2} m v_B^2 = mg\, z_C = mg\ \ell \sin\beta$

   d'où $\ell = \frac{v_B^2}{2g}$ $\boldsymbol{\ell}$ **= 1,4 m**

4. Si la bille monte moins loin, c'est que les frottements ne sont pas négligeables.

5. Bilan des forces :
   - poids de la bille $\vec{P}$
   - réaction du support $\vec{R_N}$
   - frottements $\vec{f}$

   On reprend le même raisonnement entre les points B et C : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{BC}(\vec{F_{ext}})$
   avec : $v_C = 0$ $z_B = 0$ et $z_C = \ell \sin\beta$ donc $Ec(C) - Ec(B) = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R_N}) + W_{BC}(\vec{f})$

$0 - \frac{1}{2} mv_B^2 = - mg z_C + W_{BC}(\vec{f})$

donc $W_{BC}(\vec{f}) = - \frac{1}{2} mv_B^2 + mg\ \ell \sin\beta$ avec $\ell = 1{,}1$ m

$$\mathbf{W_{BC}(\vec{f}) = - 8{,}9\ .\ 10^{-2}\ J}$$

6. Le bilan des forces est le même lors de la descente.

   On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points C et B : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{CB}(\vec{F}_{ext})$

   avec : $v_C = 0$ $z_B = 0$ et $z_C = \ell \sin\beta$ donc $Ec(B) - Ec(C) = W_{CB}(\vec{P}) + W_{CB}(\vec{R}_N) + W_{CB}(\vec{f})$

   $Ec(B) - 0 = mg\,(z_C - 0) + W_{CB}(\vec{f})$

   donc $Ec(B) = mg\, z_C + W_{CB}(\vec{f})$ avec $W_{CB}(\vec{f}) = W_{BC}(\vec{f})$ car les frottements sont identiques.

   $Ec(B) = 0{,}28$ J et $v_B = \sqrt{\dfrac{2\,Ec(B)}{m}}$ $\mathbf{v_B = 2{,}4\ m.s^{-1}}$

<u>Exercice 9 ☆</u>: Skateboard

1. Système = {enfant + skateboard}

   Référentiel : terrestre

   Bilan des forces : on néglige les frottements

   - poids $\vec{P}$
   - réaction de la piste $\vec{R}_N$

   Lorsque l'enfant atteint tout juste D, il arrive avec une vitesse nulle : $v_D = 0$.

   On applique le théorème de l'énergie cinétique entre A et D : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{AD}(\vec{F}_{ext})$

   avec : $v_D = 0$ $z_A = 0$ et $z_D = 2$ m donc $Ec(D) - Ec(A) = W_{AD}(\vec{P}) + W_{AD}(\vec{R}_N)$

   $0 - \frac{1}{2} mv_A^2 = m\,g\,(z_A - z_D) = - mgz_D$

   $v_A = \sqrt{\dfrac{2gzD}{g}}$ $\mathbf{v_A = 6\ m.s^{-1}}$

   <u>Autre méthode :</u> on applique la conservation de l'énergie mécanique car seul le poids travaille.

   $Em(A) = Em(D)$ donc $Ec(A) + Ep(A) = Ec(D) + Ep(D)$ avec $Ep(A) = 0$ et $Ec(D) = 0$

   d'où $\frac{1}{2} m\, v_A^2 = mgz_D$ donc $v_A = \sqrt{\dfrac{2gzD}{g}}$

2. De même pour le point B : $Em(A) = Em(B)$ donc $Ec(A) = Ec(B) + Ep(B)$

   d'où $\frac{1}{2} m\, v_A^2 = \frac{1}{2} m\, v_B^2 + mgz_B$ donc $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2\,g\,z_B}$ $\mathbf{v_B = 9\ m.s^{-1}}$

3. On applique le théorème de l'énergie cinétique entre A et C : $\Delta Ec = \Sigma\, W_{AD}(\vec{F}_{ext})$

   avec : $v_C = 0$ $z_A = 0$ et $z_C = 0{,}5$ m donc $0 - Ec(A) = m\,g\,(0 - z_C) + 0 + W_{AC}(\vec{f})$

   $W_{AC}(\vec{f}) = m\,g\,z_C - \dfrac{1}{2} m\, v_A^2 = mgz_C - mgz_D = mg\,(z_C - z_D)$

   car $- \frac{1}{2} mv_A^2 = - mgz_D$ d'après la question 1..

   $\mathbf{W_{AC}(\vec{f}) = -5{,}2\ .\ 10^2\ J}$

4. $w_m = \dfrac{W_{AC}(\vec{f})}{|z_A - z_B| + |z_C - z_B|}$ $\mathbf{w_m = 1\ .\ 10^2\ J/m.}$

Exercice 10 : Marteau-pilon

1. $E_p(A) = mgz_A$ **$E_p(A) = 4{,}12$ kJ**

2. $E_p(B) = mgz_B$ $E_p(B) = 1{,}37$ kJ
 $\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A)$ **$\Delta E_p = -2{,}74$ kJ**

3. $\Delta E_p = E_p(A) - E_p(B)$ **$\Delta E_p = 2{,}74$ kJ**

4. En supposant le mouvement de traction rectiligne uniforme, d'après le principe d'inertie appliqué au marteau-pilon : $\vec{F} = -\vec{P}$
 Donc $W(\vec{F}) = -W(\vec{P})$
 Or $W(\vec{P}) = -\Delta E_p$ donc $W(\vec{F}) = \Delta E_p$
 $W(\vec{F})$ = **2,74 kJ** > 0 car la force de traction est motrice quand le marteau-pilon remonte.

Exercice 11 : Tour Montparnasse

1. $\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = mg\,(z_B - z_A)$ **$\Delta E_p = 1{,}43$ MJ** avec $z_B - z_A = 3{,}48 \times (56 - 15) = 143$ m

2. En supposant le mouvement de traction rectiligne uniforme, d'après le principe d'inertie appliqué à l'ascenseur : $\vec{F} = -\vec{P}$
 Donc $W(\vec{F}) = -W(\vec{P})$
 Or $W(\vec{P}) = -\Delta E_p$ donc $W(\vec{F}) = \Delta E_p$
 $W(\vec{F})$ = **1,43 MJ** > 0 car la force de traction est motrice quand l'ascenseur monte.

Exercice 12 : Elévation d'une échelle

1. $\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = mg\,(z_B - z_A)$ et $z_B - z_A = \ell/2 \times \cos\beta$
 $\Delta E_p = 230$ J

2. $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p$ Or, $E_c(A) = 0$ et $E_c(B) = 0$ donc $\Delta E_c = 0$
 $\Delta E_m = \Delta E_p$ **$\Delta E_m = 230$ J**

3. Système = {échelle}
 On étudie son mouvement entre le moment où elle quitte le sol et le moment où elle ne touche pas encore le mur.
 Bilan des forces : - poids $\vec{P}$
 - force du jardinier $\vec{F}$
 Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \Sigma W(\vec{F})$ donc $0 = W(\vec{F}) + W(\vec{P})$
 D'où $W(\vec{F}) = -W(\vec{P}) = \Delta E_p = \Delta E_m$ $W(\vec{F})$ = **230 J**

<u>Exercice 13 ☆:</u> A la fête foraine

1. Em = $\frac{1}{2}$ mv^2 + mgz

2. L'énergie mécanique est constante car seul le poids travaille puisque la réaction normale est perpendiculaire à chaque instant à la direction du déplacement.

3. Pour que le palet effectue une boucle, il faut que sa vitesse au sommet B : $v_B \geq \sqrt{R \cdot g}$
   En appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre le point de départ A et le sommet B :
   avec $v_B = \sqrt{R \cdot g}$ $z_A = 0$ et $z_B = 2R$

   Ec(A) + Ep(A) = Ec(B) + Ep (B) donc $\frac{1}{2}$ m v_A^2 = $\frac{1}{2}$ m Rg + 2 mgR = $\frac{5}{2}$ mgR
   donc $v_A = \sqrt{5\text{gR}}$

4. **v_A = 8,6 m.s^{-1}** soit 31 km/h !