

Chapitre 8. Travail et énergie

Exercices - Corrigé

Exercice 1 : Skieur en descente

1. Système = {skieur}

Référentiel = terrestre

Bilan des forces :

- poids du skieur \vec{P}
- réaction du sol $\vec{R}_N + \vec{f}$

2. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, le système est en mouvement rectiligne uniforme donc d'après le principe d'inertie, $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ donc $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = \vec{0}$

Dans un repère dans lequel l'axe x correspond à la pente de la piste (x orienté vers le bas de la pente) :

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha \end{pmatrix} \quad \vec{R}_N = \begin{pmatrix} 0 \\ R_N \end{pmatrix} \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} -f \\ 0 \end{pmatrix}$$

donc $P \sin \alpha - f = 0$ $f = mg \sin \alpha$ $f = 231 \text{ N}$ avec $\sin \alpha = 832 / 3000$ donc $\alpha = 16^\circ$

3. $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ $W_{AB}(\vec{P}) = 6,9 \cdot 10^5 \text{ J}$

$W_{AB}(\vec{R}_N) = 0$

car la réaction est perpendiculaire à la pente

$W_{AB}(\vec{f}) = f \times AB \times \cos 180$ $W_{AB}(\vec{f}) = -6,9 \cdot 10^5 \text{ J}$

Exercice 2 : Skieur en montée

1. $\sin \alpha = 650 / 2000$ donc $\alpha = 19^\circ$

2. Système = {skieur}

Référentiel = terrestre

Bilan des forces : on néglige les frottements du sol pour simplifier l'exercice (piste verglacée)

- poids du skieur \vec{P}
- réaction du sol \vec{R}_N
- traction du remonte-pente \vec{T}

3. Dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, le système est en mouvement rectiligne uniforme donc d'après le principe d'inertie, $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ donc $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{T} = \vec{0}$

Dans un repère dans lequel l'axe x correspond à la pente de la piste (x orienté vers le haut de la pente) :

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} -P \sin \alpha \\ -P \cos \alpha \end{pmatrix} \quad \vec{R}_N = \begin{pmatrix} 0 \\ R_N \end{pmatrix} \quad \vec{T} = \begin{pmatrix} T \cos \beta \\ T \sin \beta \end{pmatrix}$$

donc $-P \sin \alpha + T \cos \beta = 0$ $T = mg \sin \alpha / \cos \beta$ $T = 322 \text{ N}$

et $-P \cos \alpha + R_N = 0$ $R_N = mg \cos \alpha$ $R_N = 769 \text{ N}$

4. $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$ $W_{AB}(\vec{P}) = -6,05 \cdot 10^5 \text{ J}$

$W_{AB}(\vec{R}_N) = 0$

car la réaction est perpendiculaire à la pente

$W_{AB}(\vec{T}) = T \times AB \times \cos 0$ $W_{AB}(\vec{T}) = 6,05 \cdot 10^5 \text{ J}$

5. $\Sigma W_{AB}(\vec{F}_{\text{ext}}) = 0$ car $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

Exercice 3 : Haltérophilie

1. Système = {barre}

Référentiel : terrestre

Bilan des forces pendant le déplacement :

- poids de la barre \vec{P}
- force de l'haltérophile sur la barre \vec{F}

Hypothèse : on suppose les forces constantes pendant le déplacement de la barre donc une vitesse constante de la barre.

On a alors $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ donc $W_{AB}(\vec{F}) + W_{AB}(\vec{P}) = 0$ d'où : $W_{AB}(\vec{F}) = -W_{AB}(\vec{P})$

$$W_{AB}(\vec{F}) = -mg(z_A - z_B)$$

$$\text{Puissance } P(\vec{F}) = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{-mg(z_A - z_B)}{\Delta t} \quad P(\vec{F}) = 3,01 \cdot 10^3 \text{ W}$$

2. Si Δt tend vers 0 alors la puissance tend vers l'infini !

Exercice 4 ☆ : Puissance et vitesse d'un cycliste

$$1. \quad P(\vec{F}) = \frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{AB}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

2. Soit F_0 la force nécessaire pour une vitesse $v_0 = 5 \text{ m.s}^{-1}$: $P_0(\vec{F}_0) = \vec{F}_0 \cdot \vec{v}_0 = 120 \text{ W}$

$$A \ v = 10 \text{ m.s}^{-1}, \quad P(\vec{F}) = \vec{F}_0 \cdot \vec{v} = \vec{F}_0 \cdot 2\vec{v}_0 = 2P_0 \quad P(\vec{F}) = 240 \text{ W}$$

$$3. \quad P(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v} = 2\vec{F}_0 \cdot 2\vec{v}_0 = 4P_0 \quad P(\vec{F}) = 480 \text{ W}$$

4. Soit β la pente de la route : $\tan \beta = \frac{4}{100} = 0,04$ donc $\beta = 2,2^\circ$
 $P(\vec{F}') = -P(\vec{P}) = -\vec{P} \cdot \vec{v} = -mgv \cos(90 - \beta)$ $P(\vec{F}') = 183 \text{ W}$

$$5. \quad P(\vec{F}) = \frac{6}{5} \vec{F}_0 \cdot \frac{6}{5} \vec{v} = \frac{36}{25} P_0 \quad P(\vec{F}) = 173 \text{ W} \quad \text{donc } P_{\text{tot}} = 361 \text{ W}$$

$$6. \quad P(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{v} = mgv \cos(90 - \beta) \quad \text{avec } \tan \beta = \frac{10}{100} = 0,1 \quad \text{donc } \beta = 5,7^\circ$$
$$P(\vec{P}) = 1,6 \cdot 10^3 \text{ W}$$

7. Le cycliste roule à vitesse constante donc son mouvement est rectiligne uniforme : $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ donc $P = F$
 $mg = K v^2$ donc $K = mg / v^2$ $K = 0,20 \text{ N.s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$

Exercice 5 ☆ : Viscosité

1. Système={bille}

Référentiel : terrestre

Bilan des forces :

- poids de la bille \vec{P}
- poussée d'Archimède \vec{P}_A
- frottements du fluide \vec{f}

2. Lorsque la bille a atteint sa vitesse limite, sa vitesse est constante donc d'après le principe d'inertie,

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \quad ; \quad \vec{f} + \vec{P} + \vec{P}_A = \vec{0}$$

Or, $P = mg$ donc $P = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

$P_A = \rho_f V g$ donc $P_A = 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

Par projection sur l'axe vertical : $f + P - P_A = 0$

donc $f = P - P_A$

$f = 4,16 \cdot 10^{-5} \text{ N}$

3. Déterminer la puissance développée par chacune de ces forces.

$$P(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{v} = P v$$

$$P(\vec{P}) = 5,30 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

$$P(\vec{P}_A) = \vec{P}_A \cdot \vec{v} = -P_A v$$

$$P(\vec{P}_A) = -5,11 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

$$P(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{v} = -f v$$

$$P(\vec{f}) = -1,95 \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

Exercice 6 : Déplacement de plaque d'acier

1. La vitesse des plaques est égale à celle d'un point au bord du rouleau car les plaques roulent sans glisser.

$$v = R \omega$$

avec $\omega = 200\pi \text{ rad.s}^{-1}$

$$v = 5,2 \text{ m.s}^{-1}$$

2. $E_c = 1/2 m v^2$

$$E_c = 8,5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

avec $m = \rho V = 7800 \times 2 \times 10 \times 0,4 = 6,2 \cdot 10^4 \text{ kg}$

Exercice 8 : Force de frottement d'une moto

Une moto et son passager ont une masse totale de 380 kg. Le motocycliste roule sur une route horizontale à 90 km.h⁻¹. Arrivé au pied d'une côte de pente 8% (pour 100 m parcourus horizontalement, l'élévation est de 8 m), il passe au point mort.

1. Système = {moto + passager}

Référentiel : terrestre

Bilan des forces :

- poids \vec{P}
- réaction normale du sol : \vec{R}_N

Le motard va ralentir progressivement jusqu'à s'arrêter.

On applique le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \Sigma W_{AB}(\vec{F}_{\text{ext}})$

avec : $v_A = 25 \text{ m.s}^{-1}$ $v_B = 0$ $z_A = 0$ et z_B inconnue

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_N)$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_A^2 = m g (0 - z_B) + 0 = - m g z_B$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = m g z_B \quad \text{donc} \quad z_B = \frac{v_A^2}{2g}$$

$$z_B = 31,9 \text{ m}$$

Or, la pente β est telle que $\tan \beta = 8/100$ donc $\beta = 4,6^\circ$

Et la distance d parcourue sur la route est telle que $\sin \beta = \frac{z_B}{d}$ $d = 400 \text{ m}$

2. Bilan des forces :

- poids \vec{P}
- réaction normale du sol : \vec{R}_N
- frottements : \vec{f}

On reprend le même raisonnement : $\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F}_{ext})$

avec : $v_A = 25 \text{ m.s}^{-1}$ $v_B = 0$ $z_A = 0$ et $z_B = d \sin \beta$

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_N) + W_{AB}(\vec{f})$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_A^2 = m g (0 - d \sin \beta) + 0 + W_{AB}(\vec{f})$$

$$W_{AB}(\vec{f}) = -\frac{1}{2} m v_A^2 + m g d \sin \beta \quad \text{donc} \quad W_{AB}(\vec{f}) = -77 \text{ kJ}$$

Exercice 7 : Lanceur de « flipper »

1. Système={bille}

Référentiel : terrestre

Bilan des forces : on néglige les frottements car la bille roule sans glisser

- poids de la bille \vec{P}
- réaction du support \vec{R}_N
- force de poussée de la tirette \vec{F}

2. La première loi de Newton ne peut pas s'appliquer ici car la bille accélère.

On applique le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W_{AB}(\vec{F}_{ext})$

$$\text{avec : } v_A = 0 \quad z_A = z_B = 0 \quad \text{donc} \quad E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}_N) + W_{AB}(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - 0 = 0 + 0 + W_{AB}(\vec{F})$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v_B^2 \quad W_{AB}(\vec{F}) = 0,46 \text{ J}$$

3. Bilan des forces :

- poids de la bille \vec{P}
- réaction du support \vec{R}_N

A l'instant où la bille redescend, elle n'a plus de vitesse : $v_C = 0$

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points B et C : $\Delta E_c = \sum W_{BC}(\vec{F}_{ext})$

$$\text{avec : } v_C = 0 \quad z_B = 0 \quad \text{et} \quad z_C = \ell \sin \beta \quad \text{donc} \quad E_c(C) - E_c(B) = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R}_N)$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_B^2 = m g (z_B - z_C)$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = m g z_C = m g \ell \sin \beta$$

$$\frac{v_B^2}{2g} \quad \text{d'où} \quad \ell = 2g \quad \ell = 1,4 \text{ m}$$

4. Si la bille monte moins loin, c'est que les frottements ne sont pas négligeables.

5. Bilan des forces :

- poids de la bille \vec{P}
- réaction du support \vec{R}_N
- frottements \vec{f}

On reprend le même raisonnement entre les points B et C : $\Delta E_C = \sum W_{BC}(\vec{F}_{ext})$
 avec : $v_C = 0$ $z_B = 0$ et $z_C = \ell \sin \beta$ donc $E_C(C) - E_C(B) = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R}_N) + W_{BC}(\vec{f})$
 $0 - \frac{1}{2} m v_B^2 = -mg z_C + W_{BC}(\vec{f})$
 donc $W_{BC}(\vec{f}) = -\frac{1}{2} m v_B^2 + mg \ell \sin \beta$ avec $\ell = 1,1$ m
 $W_{BC}(\vec{f}) = -8,9 \cdot 10^{-2}$ J

6. Le bilan des forces est le même lors de la descente.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre les points C et B : $\Delta E_C = \sum W_{CB}(\vec{F}_{ext})$
 avec : $v_C = 0$ $z_B = 0$ et $z_C = \ell \sin \beta$ donc $E_C(B) - E_C(C) = W_{CB}(\vec{P}) + W_{CB}(\vec{R}_N) + W_{CB}(\vec{f})$
 $E_C(B) - 0 = mg(z_C - 0) + W_{CB}(\vec{f})$
 donc $E_C(B) = mg z_C + W_{CB}(\vec{f})$ avec $W_{CB}(\vec{f}) = W_{BC}(\vec{f})$ car les frottements sont identiques.
 $E_C(B) = 0,28$ J et $v_B = \sqrt{\frac{2 E_C(B)}{m}} = 2,4$ m.s⁻¹

Exercice 9 ☆: Skateboard

1. Système = {enfant + skateboard}

Référentiel : terrestre

Bilan des forces : on néglige les frottements

- poids \vec{P}
- réaction de la piste \vec{R}_N

Lorsque l'enfant atteint tout juste D, il arrive avec une vitesse nulle : $v_D = 0$.

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre A et D : $\Delta E_C = \sum W_{AD}(\vec{F}_{ext})$
 avec : $v_D = 0$ $z_A = 0$ et $z_D = 2$ m donc $E_C(D) - E_C(A) = W_{AD}(\vec{P}) + W_{AD}(\vec{R}_N)$
 $0 - \frac{1}{2} m v_A^2 = m g (z_A - z_D) = -mg z_D$
 $v_A = \sqrt{\frac{2gzD}{g}} = 6$ m.s⁻¹

Autre méthode : on applique la conservation de l'énergie mécanique car seul le poids travaille.

$E_m(A) = E_m(D)$ donc $E_C(A) + E_p(A) = E_C(D) + E_p(D)$ avec $E_p(A) = 0$ et $E_C(D) = 0$

d'où $\frac{1}{2} m v_A^2 = mg z_D$ donc $v_A = \sqrt{\frac{2gzD}{g}}$

2. De même pour le point B : $E_m(A) = E_m(B)$ donc $E_C(A) = E_C(B) + E_p(B)$

d'où $\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg z_B$ donc $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gz_B} = 9$ m.s⁻¹

3. On applique le théorème de l'énergie cinétique entre A et C : $\Delta E_C = \sum W_{AC}(\vec{F}_{ext})$

avec : $v_C = 0$ $z_A = 0$ et $z_C = 0,5$ m donc $0 - E_C(A) = mg(0 - z_C) + 0 + W_{AC}(\vec{f})$

$W_{AC}(\vec{f}) = mg z_C - \frac{1}{2} m v_A^2 = mg z_C - mg z_D = mg(z_C - z_D)$ car $-\frac{1}{2} m v_A^2 = -mg z_D$ d'après la question 1.

$W_{AC}(\vec{f}) = -5,2 \cdot 10^2$ J

4. $w_m = \frac{W_{AC}(\vec{f})}{|z_A - z_B| + |z_C - z_B|} = 1 \cdot 10^2$ J/m.

Exercice 10 : Marteau-pilon

$$1. E_p(A) = mgz_A \quad E_p(A) = 4,12 \text{ kJ}$$

$$2. E_p(B) = mgz_B \quad E_p(B) = 2,74 \text{ kJ}$$

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) \quad \Delta E_p = -1,37 \text{ kJ}$$

$$3. \Delta E_p = E_p(A) - E_p(B) \quad \Delta E_p = 1,37 \text{ kJ}$$

4. En supposant le mouvement de traction rectiligne uniforme, d'après le principe d'inertie appliqué au marteau-pilon : $\vec{F} = -\vec{P}$

$$\text{Donc } W(\vec{F}) = -W(\vec{P})$$

$$\text{Or } W(\vec{P}) = -\Delta E_p \quad \text{donc } W(\vec{F}) = \Delta E_p$$

$$W(\vec{F}) = 1,37 \text{ kJ} > 0 \text{ car la force de traction est motrice quand le marteau-pilon remonte.}$$

Exercice 11 : Tour Montparnasse

$$1. \Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = mg(z_B - z_A) \quad \Delta E_p = 1,43 \text{ MJ} \quad \text{avec } z_B - z_A = 3,48 \times (56 - 15) = 143 \text{ m}$$

2. En supposant le mouvement de traction rectiligne uniforme, d'après le principe d'inertie appliqué à l'ascenseur : $\vec{F} = -\vec{P}$

$$\text{Donc } W(\vec{F}) = -W(\vec{P})$$

$$\text{Or } W(\vec{P}) = -\Delta E_p \quad \text{donc } W(\vec{F}) = \Delta E_p$$

$$W(\vec{F}) = 1,43 \text{ MJ} > 0 \text{ car la force de traction est motrice quand l'ascenseur monte.}$$

Exercice 12 : Elévation d'une échelle

$$1. \Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = mg(z_B - z_A) \quad \text{et} \quad z_B - z_A = \ell/2 \times \cos \beta$$

$$\Delta E_p = 230 \text{ J}$$

$$2. \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p \quad \text{Or, } E_c(A) = 0 \text{ et } E_c(B) = 0 \text{ donc } \Delta E_c = 0$$

$$\Delta E_m = \Delta E_p \quad \Delta E_m = 230 \text{ J}$$

3. Système = {échelle}

On étudie son mouvement entre le moment où elle quitte le sol et le moment où elle ne touche pas encore le mur.

Bilan des forces : - poids \vec{P}
- force du jardinier \vec{F}

$$\text{Théorème de l'énergie cinétique :} \quad \Delta E_c = \Sigma W(\vec{F}) \quad \text{donc} \quad 0 = W(\vec{F}) + W(\vec{P})$$

$$\text{D'où } W(\vec{F}) = -W(\vec{P}) = \Delta E_p = \Delta E_m \quad W(\vec{F}) = 230 \text{ J}$$

Exercice 13 ☆: A la fête foraine

1. $E_m = \frac{1}{2} mv^2 + mgz$

2. L'énergie mécanique est constante car seul le poids travaille puisque la réaction normale est perpendiculaire à chaque instant à la direction du déplacement.

3. Pour que le palet effectue une boucle, il faut que sa vitesse au sommet B : $v_B \geq \sqrt{R \cdot g}$

En appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre le point de départ A et le sommet B :

avec $v_B = \sqrt{R \cdot g}$ $z_A = 0$ et $z_B = 2R$

$$E_c(A) + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B) \text{ donc } \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m Rg + 2 mgR = \frac{5}{2} mgR$$

$$\text{donc } v_A = \sqrt{5gR}$$

4. $v_A = 8,6 \text{ m.s}^{-1}$ soit 31 km/h !